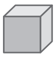
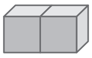
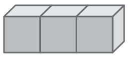
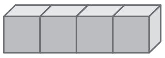
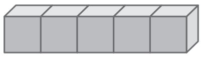
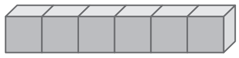
K3 **1** **a)** n = Anzahl an Würfeln; s = Anzahl der von außen sichtbaren Flächen

Würfel						
n	1	2	3	4	5	6
s	5	8	11	14	17	20

b) $s = 3n + 2$

K5 **2** **a)** $T(7) = 24$ $T(19{,}5) = 61{,}5$ $T(-5) = -12$
b) $T(3) = -3$ $T(-3) = 21$ $T(-2{,}5) = 16{,}25$
c) $T(3) = -24$ $T\left(\frac{1}{2}\right) = -42{,}75$ $T\left(-\frac{5}{2}\right) = -48{,}75$
d) $T(1{,}5) = -2{,}75$ $T\left(4\frac{1}{2}\right) = 15{,}25$ $T(-2) = -1$

K5 **3** **a)** $4x$ **b)** $4c$ **c)** $3{,}5a$ **d)** $5{,}5x$
e) $9{,}3x - 5{,}11y - 5{,}8$ **f)** $-4st$ **g)** $-\frac{4}{9}a^2b - \frac{1}{4}ab^2$

K6 **4** **a)** Das Rechteck ist dreimal so lang wie breit.
b) $u(b) = 2(3b + b) = 8b$
c) $u(5\,\text{cm}) = 8 \cdot 5\,\text{cm} = 40\,\text{cm}$ $u(9\,\text{cm}) = 8 \cdot 9\,\text{cm} = 72\,\text{cm}$

K3 **5** **a)** kürzeste Seite: a cm längste Seite: (2a + 3) cm mittlere Seite: (2a – 1,5) cm
b) $u(a) = (a + 2a + 3 + 2a - 1{,}5)\,\text{cm} = (5a + 1{,}5)\,\text{cm}$
c) kürzeste Seite: 10 cm längste Seite: 23 cm mittlere Seite: 18,5 cm
$u(10\,\text{cm}) = 51{,}5\,\text{cm}$
d) $u(a) = (5a + 1{,}5)\,\text{cm} = 26{,}5\,\text{cm} \Leftrightarrow 5a = 25 \Leftrightarrow a = 5$
kürzeste Seite: 5 cm längste Seite: 13 cm mittlere Seite: 8,5 cm
$u(a) = (5a + 1{,}5)\,\text{cm} = 39\,\text{cm} \Leftrightarrow 5a = 37{,}5 \Leftrightarrow a = 7{,}5$
kürzeste Seite: 7,5 cm längste Seite: 18 cm mittlere Seite: 13,5 cm

K5 **6** **a)** $9c + 3$ **b)** $-x^2 + 9x$ **c)** $3c - 6d$ **d)** 1
e) $3x + 3y$ **f)** $8x - y - 1$ **g)** $-8a + 2b$ **h)** $2x + 11y$
i) $8a + 12b$ **j)** $8x - 3{,}4y + 2{,}2z$

K5 **7** **a)** $3x + 9$ **b)** $2y - 7$ **c)** $2y - 7$ **d)** $0{,}5a + 1{,}5$
e) $26e^2f - 8ef$ **f)** $0{,}5m - 1{,}5n$ **g)** $2x^2 + 6xy$ **h)** $a + 1{,}4b$

K5 **8** **a)** $10x + 35 - 11x = -x + 35$ **b)** $0{,}5a + 1{,}5 + 12a = 12{,}5a + 1{,}5$
c) $9x^2 + \frac{3}{2}x + x^2 + 3x = 10x^2 + 4\frac{1}{2}x$ **d)** $7y + 2{,}4y^2 - 2y = 5y + 2{,}4y^2$
e) $2x + 3y + 4z - 2y - 8z + x + 3 = 3x + y - 4z + 3$

K5 **9** **a)** $3x + 9y = 3(x + 3y)$ **b)** $15 + 135x = 15(1 + 9x)$
c) $32a + 256b^2 = 16(2a + 16b^2)$ **d)** $3x - 6x^2 = 3x(1 - 2x)$
e) $21x^2y + 3y = 3y(7x^2 + 1)$ **f)** $7ab^2 + 5a^2b^2 = ab^2(7 + 5a)$

K5 **10** **a)** $12 - 3y + 4x - xy$ **b)** $2b + 6a - ab - 3a^2$
c) $3a + 3b - 3c + a^2 + ab - ac$ **d)** $9z + 45 - 9a + xz + 5x - ax - yz - 5y + ay$
e) $-16 + 8x + 2x - x^2 = -16 + 10x - x^2$ **f)** $2a^2 + 4ab + 2ab + 4b^2 = 2a^2 + 6ab + 4b^2$
g) $3x^2y - 2x^2y^2 + 12x - 8xy$ **h)** $6b + 30 - 6a - ab - 5a + a^2$
$= 6b + 30 - 11a - ab + a^2$

K5 **11** $3x^2 + 7x = 3x \cdot (4 + x) - 5x$ $9x^2 + 6xy + y^2 = (3x + y)^2$

$-3 + \frac{9x^2}{16} - \frac{3}{2}x = \left(1 + \frac{3}{4}x\right) \cdot \left(\frac{3}{4}x - 3\right)$ $\frac{1}{2} \cdot (24x + 1) \cdot \frac{1}{2} = (12x + 0{,}5) : 2$

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

K5 **12** **a)** $u^2 - 2uv + v^2$ **b)** $4 + 4z + z^2$ **c)** $4x^2 - 12xy + 9y^2$
d) $c^2 - 9d^2$ **e)** $x^4 + 2x^2y^3 + y^6$ **f)** $9z^8 - 49$

K5 **13** **a)** $(x + 4)^2$ **b)** $(2x - y)^2$ **c)** $(7a + 9y) \cdot (7a - 9y)$
d) $(6x - 3y)^2$ **e)** $(0{,}5u + 0{,}3v^2)^2$ **f)** $(0{,}9s^2 + 9t) \cdot (0{,}9s^2 - 9t)$

K5 **14** **a)** $(x + 1)^2$ **b)** Faktorisierung nicht möglich **c)** Faktorisierung nicht möglich
d) $(0{,}5x - 1)^2$ **e)** Faktorisierung nicht möglich **f)** $(0{,}1x + 10)^2$

K4 **15** **a)** Minimum $T_{min} = 2{,}75$ bei $x = -1{,}5$

x	–3,5	–3	–2,5	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5
T (x)	6,75	5	3,75	3	2,75	3	3,75	5	6,75

b) Maximum $T_{max} = 3{,}5$ bei $x = 1$

z	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
T (z)	1,5	2,375	3	3,375	3,5	3,375	3	2,375	1,5

c) Minimum $T_{min} = 5{,}3125$ bei $x = -2{,}25$ (Termwerte in der Tabelle sind zum Teil gerundet.)

x	–3,25	–3	–2,75	–2,5	–2,25	–2	–1,75	–1,5	–1,25
T (x)	5,646	5,5	5,396	5,333	5,3125	5,333	5,396	5,5	5,646

d) Minimum $T_{min} = 2{,}25$ bei $x = -1{,}5$

y	–3,5	–3	–2,5	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5
T (y)	1,75	0	–1,25	–2	–2,25	–2	–1,25	0	1,75

K5 **16** **a)** $T(x) = 2x^2 + 8x + 5$
$= 2\,(x^2 + 4x + 4 - 4 + 2{,}5)$
$= 2\,(x + 2)^2 - 3$
Minimum $T_{min} = -3$ bei $x = -2$

b) $T(z) = -0{,}5z^2 + 2z + 1$
$= -0{,}5\,(z^2 - 4z + 4 - 4 - 2)$
$= -0{,}5\,(z - 2)^2 + 3$
Maximum $T_{max} = 3$ bei $z = 2$

c) $T(x) = \frac{1}{3}x^2 - 6x + 7$
$= \frac{1}{3}(x^2 - 18x + 81 - 81 + 21)$
$= \frac{1}{3}(x - 9)^2 - 20$
Minimum $T_{min} = -20$ bei $x = 9$

d) $T(y) = y^2 + 3y + 9$
$= y^2 + 3y + 2{,}25 - 2{,}25 + 9$
$= (y + 1{,}5)^2 + 6{,}75$
Minimum $T_{min} = 6{,}75$ bei $x = -1{,}5$

e) $T(y) = 1{,}5y^2 + 3y$
$= 1{,}5\,(y^2 + 2y + 1 - 1)$
$= 1{,}5\,(y + 1)^2 - 1{,}5$
Minimum $T_{min} = -1{,}5$ bei $x = -1$

f) $T(x) = -4x^2 + 4$
Maximum $T_{max} = 4$ bei $x = 0$

K 1/6 **17** Für $x \in \mathbb{N}$ ist die Aussage falsch, es treten nur nicht-negative Termwerte auf: $T(x) \geq 0$.
Für $x \in \mathbb{Z}$ ist die Aussage richtig, der Termwert für $x = 0$ ist negativ: $T(0) = -1$ (alle anderen Termwerte für $x \neq 0$ sind nicht-negativ, d. h. gleich 0 oder größer 0).

K 1/6 **18** Für $x \in \mathbb{N}$ ist die Aussage richtig; für alle natürlichen Zahlen $x \geq 2$ gilt $T(x) < 0$.
Für $x \in \mathbb{Z}$ ist die Aussage richtig; für alle ganzen Zahlen $x \geq 2$ oder $x \leq -2$ gilt $T(x) < 0$.

K 1/6 **19** Die Aussage ist im Allgemeinen falsch. Sie gilt nur für den (wenig interessanten) Fall, dass die Summe selbst 0 ergibt.

K 1/6 **20** Die Aussage ist richtig, vgl. z. B. die Umformung von
$0{,}5x + 0{,}25y$ mit x-Koeffizient 0,5 und y-Koeffizient 0,25 in
$0{,}5 \cdot (x + 0{,}5y)$ mit x-Koeffizient $1 > 0{,}5$ und y-Koeffizient $0{,}5 > 0{,}25$.

K 1/6 **21** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **22** Die Aussage ist richtig, z. B. $3x + 6y + 7z = 3 \cdot (x + 2y) + 7z$.

K 1/6 **23** Die Aussage ist richtig, $T(x) = 0$ für $x = -2$ und $x = 3$.

K 1/6 **24** Die Aussage ist richtig.

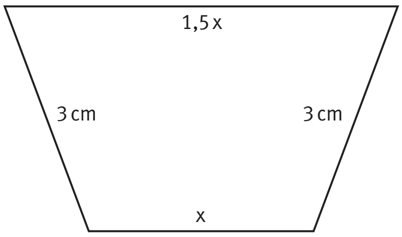
K 1/6 **25** Die Aussage ist richtig, $T(x)$ kann nicht mithilfe einer binomischen Formel umgeformt werden. Wenn man den linearen Termteil (13x) auf 12x korrigieren würde, könnte man mithilfe der 1. binomischen Formel umformen: $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$.

K 1/6 **26** Die Aussage ist richtig, das Maximum $T_{max} = 7$ liegt bei $x = -3$, alle anderen Termwerte sind kleiner als 7.

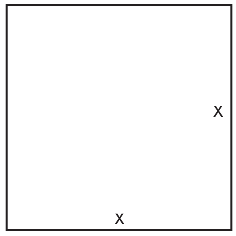
K 1/6 **27** Die Aussage ist richtig. Nach der quadratischen Ergänzung wird der Term mithilfe der binomischen Formeln zusammengefasst.

K3 **1** **a)** $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ (Skizze)

Gleichschenkliges Trapez mit Seiten der Länge x, 1,5x und 3 cm:



Quadrat mit Seitenlänge x:



$$u_{\text{Trapez}} = u_{\text{Quadrat}}$$

$$\begin{aligned} x + 1{,}5x + 2s &= 4x && \mid s = 3 \\ 2{,}5x + 6 &= 4x && \mid -2{,}5x \\ 6 &= 1{,}5x && \mid :1{,}5 \\ 4 &= x \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{4\}$

Die Seiten des Quadrats sind 4 cm lang; die des Trapezes sind 4 cm, 6 cm und 3 cm (Schenkel) lang.

b) $\mathbb{G} = \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned} 3x + 2 &\geq 15 \cdot (x - 9) \\ 3x + 2 &\geq 15x - 135 && \mid +135 - 3x \\ 137 &\geq 12x && \mid :12 \\ \tfrac{137}{12} &\geq x \\ 11\tfrac{5}{12} &\geq x \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{x \mid x \leq 11\} = \{\ldots 9; 10; 11\}$

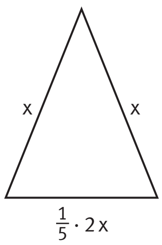
c) $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

$$\begin{aligned} \tfrac{2x}{3} &= 8 \cdot (x - 19) \\ \tfrac{2}{3}x &= 8x - 152 && \mid -\tfrac{2}{3} + 152 \\ 152 &= 7\tfrac{1}{3}x && \mid :\tfrac{22}{3} \\ \tfrac{228}{11} &= x \end{aligned}$$

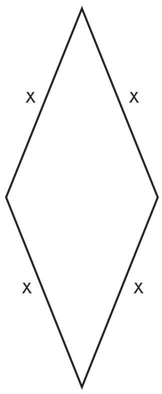
$\mathbb{L} = \left\{20\tfrac{8}{11}\right\}$

d) $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ (Skizze)

Gleichschenkliges Dreieck mit Seiten der Länge x und Basis $\frac{1}{5} \cdot 2x$:



Raute mit Seitenlänge x:



$$u_{\text{Dreieck}} = u_{\text{Raute}} - 3{,}2\,\text{cm}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{2}{5}x + 2x &= 4x - 3{,}2 \\ 2{,}4x &= 4x - 3{,}2 && \mid -2{,}4x + 3{,}2 \\ 3{,}2 &= 1{,}6x && \mid :1{,}6 \\ 2 &= x \end{aligned}$$

$\mathbb{L} = \{2\}$

Die Schenkel des Dreiecks und die Seiten der Raute sind 2 cm lang, die Basis des Dreiecks ist 0,8 cm lang.

K1 **2**

		$\mathbb{G} = \mathbb{N}$	$\mathbb{G} = \mathbb{Z}$	$\mathbb{G} = \mathbb{Q}$
a)	$\frac{1}{4}x - \frac{5}{3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{3}x \quad \mid + \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ $\frac{7}{12}x = \frac{29}{12} \quad \mid : \frac{7}{12}$ $x = \frac{29}{7} = 4\frac{1}{7}$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \left\{4\frac{1}{7}\right\}$
b)	$-3\,(2 - x) = 2 - 2x$ $-6 + 3x = 2 - 2x \quad \mid + 2x + 6$ $5x = 8 \quad \mid : 5$ $x = \frac{8}{5} = 1{,}6$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \{1{,}6\}$
c)	$(4x - 5) \cdot (6x + 1{,}5) = -x^2 + (5x)^2$ $24x^2 + 6x - 30x - 7{,}5 = -x^2 + 25x^2$ $24x^2 - 24x - 7{,}5 = 24x^2 \quad \mid -24x^2 + 7{,}5$ $-24x = 7{,}5 \quad \mid : (-24)$ $x = -\frac{5}{16}$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \left\{-\frac{5}{16}\right\}$
d)	$0{,}5 \cdot (27y - 447) = \frac{9}{4} \cdot (28y - 6) + 20\frac{1}{2}y$ $13{,}5y - 223{,}5 = 63y - 13{,}5 + 20{,}5y$ $13{,}5y - 223{,}5 = 83{,}5y - 13{,}5 \quad \mid + 13{,}5 - 13{,}5y$ $-210 = 70y \quad \mid : 70$ $-3 = y$	$\mathbb{L} = \varnothing$	$\mathbb{L} = \{-3\}$	$\mathbb{L} = \{-3\}$

K5 **3**

a) $3{,}4w - 3{,}1 > -4{,}1w + 0{,}65 \quad \mid + 4{,}1w + 3{,}1$

$7{,}5w > 3{,}75 \quad \mid : 7{,}5$

$w > 0{,}5$

$\mathbb{L} = \{w \mid w > 0{,}5\}$

b) $\frac{1}{5}y = \frac{1}{25}(y - 3)$

$\frac{1}{5}y = \frac{1}{25}y - \frac{3}{25} \quad \mid -\frac{1}{25}y$

$\frac{4}{25}y = -\frac{3}{25} \quad \mid : \frac{4}{25}$

$y = -\frac{3}{4}$

$\mathbb{L} = \left\{-\frac{3}{4}\right\}$

c) $8 \cdot (3x + 2) \le 8 \cdot (x - 1) + 23$

$24x + 16 \le 8x + 15 \quad \mid - 8x - 16$

$16x \le -1 \quad \mid : 16$

$x \le -\frac{1}{16}$

$\mathbb{L} = \left\{x \mid x \le -\frac{1}{16}\right\}$

d) $z \cdot (7z - 3) - 6z^2 < z \cdot (z + 1{,}5)$

$7z^2 - 3z - 6z^2 < z^2 + 1{,}5z$

$z^2 - 3z < z^2 + 1{,}5z \quad \mid - z^2 + 3z$

$0 < 4{,}5z \quad \mid : 4{,}5$

$0 < z$

$\mathbb{L} = \{z \mid z > 0\}$

e) $(x + 0{,}3)^2 \ge (x - 0{,}7)^2$

$x^2 + 0{,}6x + 0{,}09 \ge x^2 - 1{,}4x + 0{,}49 \quad \mid - x^2 + 1{,}4x - 0{,}09$

$2x \ge 0{,}4 \quad \mid : 2$

$x \ge 0{,}2$

$\mathbb{L} = \{x \mid x \ge 0{,}2\}$

K3 **4** Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:

a) $50 + 9x = 19x$ $\quad\mathbb{L} = \{5\}$

b) $50 + 9x = 9x$ $\quad\mathbb{L} = \varnothing$

c) $50 + 9x = 3 \cdot (3x + \frac{2}{3} \cdot 5^2)$ $\quad\mathbb{L} = \mathbb{Q}^+$

K1 **5** $x + b > 1 \Leftrightarrow x > 1 - b$

Wenn b größer wird, sinkt die untere Schranke für x. Die Lösungsmenge vergrößert sich.

b =	1	2	3	4	100
x >	0	–1	–2	–3	–99
$\mathbb{L}$ =	{1; 2; 3; ...}	{0; 1; 2; ...}	{–1; 0; 1; ...}	{–2; –1; 0; ...}	{–98; –97; –96; ...}

K3 **6** **a)** $x + (x + 7) \cdot 2 = 4x$

$x + 2x + 14 = 4x$

$3x + 14 = 4x \quad | -3x$

$14 = x$

Quirin ist 14 Jahre alt.

Aufgrund der Gleichung könnte Quirin sein Alter folgendermaßen beschrieben haben:

„Leo ist 7 Jahre älter als ich und Georg ist 4-mal so alt wie ich. Außerdem gilt, dass Georg so alt ist wie die Summe aus meinem Alter und dem Doppelten von Leos Alter.“

In dem so beschriebenen Fall ist Leo 21 Jahre alt und Georg 56 Jahre alt (andere Beschreibungen und andere Altersangaben sind möglich).

b) Es sind individuelle Antworten möglich.

K3 **7** **a)** Ines hat nicht Recht: Mischt man das Getränk im Verhältnis 1 : 4, so erhält man einen Fruchtgehalt von 26 %:

$1 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}3 = 1{,}3 = 5 \cdot 0{,}26$

Berechnung des Mischverhältnisses für 25 % Fruchtgehalt:

x = Anteil Mangosaft (in Liter)

y = Anteil Maracujasaft (in Liter): $y = 5 - x$

$0{,}25 \cdot 5\,l = 0{,}1 \cdot x + 0{,}3 \cdot (5\,l - x)$

$1{,}25\,l = 0{,}1x + 1{,}5\,l - 0{,}3x \quad | - 1{,}5\,l$

$-0{,}25\,l = -0{,}2x \quad | : (-0{,}2)$

$1{,}25\,l = x$

$y = 3{,}75\,l$

Verhältnis $1{,}25\,l : 3{,}75\,l = 1 : 3$

Um ein Getränk mit 25 % Fruchtgehalt zu erhalten, muss Ines die beiden Säfte im Verhältnis 1 : 3 mischen.

b) Mögliche Beschreibung und Interpretation der Rechnung:

Primus und Alex wollen 5 l Fruchtsaftgetränk mit 4 % Fruchtgehalt herstellen, und zwar aus Apfelsaft (Fruchtgehalt 25 %) und Birnensaft (Fruchtgehalt 5 %). Ihre Berechnung des dafür nötigen Anteils an Apfelsaft ergibt –0,25 l. Der Anteil an Birnensaft ergäbe demnach 5 l – (–0,25 l) = 5,25 l. D. h.: Dem 5,25-l-Birnensaft mit 5 % Fruchtsaftgehalt müsste man eine negative Menge Apfelsaft hinzufügen, um 5 l mit 4 % Fruchtsaftgehalt zu erhalten. Das Hinzufügen einer „negativen Menge“ ist jedoch nicht möglich.

Die Festlegung der Grundmenge auf $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ würde zu $\mathbb{L} = \varnothing$ führen und Primus und Alex zeigen, dass ihre Aufgabe nicht lösbar ist. Primus und Alex hätten aber auch gleich – ohne Rechnung – erkennen können, dass das Mischen von Säften mit 25 % bzw. 5 % Fruchtsaftgehalt kein Getränk mit 4 % Fruchtsaftgehalt ergeben kann.

K3 **8** Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:

a) $13x > -1 + 10x$ $\quad$ **b)** $6x + 3 \geq 3 + 5x$

K3 **9** **a)** Preisvergleich von grünem Kindersitz (g) und braunem Kindersitz (b): $189\,€ - 169\,€ = 20\,€$
Ersparnis beim Kauf von 22 braunen Kindersitzen zu je 169 €: $3898\,€ - 22 \cdot 169\,€ = 180\,€$
Nutzung der Ersparnis für den Kauf grüner Kindersitze zu je 189 €: $180\,€ : 20\,€ = 9$
Grafische Ermittlung der Anzahl grüner und brauner Kindersitze:

169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €
~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	~~b~~ g	b	b
+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €	+ 20 €		

169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €	169 €
b	b	b	b	b	b	b	b	b	b	b

Wenn man davon ausgeht, dass Waren im Wert von 3898 € gekauft wurden, dann verteilt man zunächst 22-mal 169 € (brauner Kindersitz). Es bleiben noch 180 € übrig; diese verteilt man so, dass 189 € erreicht werden, also jeweils + 20 € je Kindersitz, bis nichts mehr übrig bleibt. Ergebnis:
Es wurden 9 grüne Kindersitze zu jeweils je 189 € und 13 braune Kindersitze zu je 169 € eingekauft.

b) Anzahl an braunen Kindersitzen zu je 169 €: x; Anzahl an grünen Kindersitzen zu je 189 €: $y = 22 - x$

$$\begin{aligned} x \cdot 169\,€ + (22 - x) \cdot 189\,€ &= 3898\,€ \\ 169\,€ \cdot x + 4158\,€ - 189\,€ \cdot x &= 3898\,€ \\ 4158\,€ - 20\,€ \cdot x &= 3898\,€ \qquad \mid + 20\,€ \cdot x - 3898\,€ \\ 260\,€ &= 20\,€ \cdot x \qquad \mid : 20\,€ \\ 13 &= x;\ y = 9 \end{aligned}$$

Es wurden 9 grüne Kindersitze und 13 braune Kindersitze eingekauft.

c) Der Preisnachlass beträgt 77,96 € (= 2 % von 3898 €).
Der Fachmarkthändler könnte die Ersparnis von 77,96 € einkalkulieren und vorschlagen, dass man zusätzlich 3 der teureren Kindersitze einkauft (also 12 grüne und 10 braune Kindersitze) oder dass man sogar zusätzlich 4 der teureren Kindersitze einkauft (also 13 grüne und 9 braune Kindersitze; hierbei müsste man 0,44 € dazuzahlen).

Kindersitze	Kosten	Kosten mit 2 % Rabatt	Differenz zu 3898,00 €
12 grüne + 10 braune	3958,00 €	3878,84 €	+19,18 €
13 grüne + 9 braune	3978,00 €	3898,44 €	–0,44 €

K6 **10** **a)** Um die Ungleichung $(x-4) \cdot (x+5) \geq 0$ zu lösen, sucht man die Lösung der verknüpften linearen Ungleichungen. Damit das Produkt der beiden Faktoren positiv (bzw. genauer: ≥ 0) ist, müssen entweder beide Faktoren positiv (genauer: ≥ 0) oder beide Faktoren negativ (genauer: ≤ 0) sein.
Die Lösung der gesamten Ungleichung ist die Vereinigungsmenge von $\mathbb{L}_1$ und $\mathbb{L}_2$, wobei gilt:
$\mathbb{L}_1$ ist die Lösungsmenge von $(x-4) \geq 0 \wedge (x+5) \geq 0$.
$\mathbb{L}_2$ ist die Lösungsmenge von $(x-4) \leq 0 \wedge (x+5) \leq 0$.

b) 1. Fall: Beide Faktoren sind größer oder gleich null.

$$\begin{aligned} & x - 4 \geq 0 \;\wedge\; x + 5 \geq 0 \\ \Leftrightarrow\; & x \geq 4 \;\wedge\; x \geq -5 \end{aligned}$$

$\mathbb{L}_1 = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq 4\}$

2. Fall: Beide Faktoren sind kleiner oder gleich null.

$$\begin{aligned} & x - 4 \leq 0 \;\wedge\; x + 5 \leq 0 \\ \Leftrightarrow\; & x \leq 4 \;\wedge\; x \leq -5 \end{aligned}$$

$\mathbb{L}_2 = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq -5\}$

$\mathbb{L} = \mathbb{L}_1 \cup \mathbb{L}_2 = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq -5 \text{ oder } x \geq 4\} = \mathbb{Q} \setminus]-5; 4[$

c) Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.: $(x+3) \cdot (x-2) \geq 0$.

K3 **11** **a)** $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ bzw. [0; 28]: Wenn man davon ausgeht, dass die Breiten- und Längenangaben so zu verstehen sind, dass G_1 mindestens 17 m breit und höchstens 39 m lang ist bzw. G_2 mindestens 22 m lang und höchstens 28 m breit ist, wird als Grundmenge $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ bzw. [0; 28] angenommen (bei $x > 28$ bekäme G_2 einen negativen Wert für die Breite).

b) Flächeninhalt von G_1: $A_1 = (17 + x) \cdot (39 - x)\ m^2$ Flächeninhalt von G_2: $A_2 = (28 - x) \cdot (22 + x)\ m^2$

Annahme: $A_1 = A_2$

$$
\begin{aligned}
(17 + x) \cdot (39 - x) &= (28 - x) \cdot (22 + x) \\
663 - 17x + 39x - x^2 &= 616 + 28x - 22x - x^2 \\
663 + 22x - x^2 &= 616 + 6x - x^2 && | + x^2 - 6x - 663 \\
16x &= -47 && | : 16 \\
x &= -2{,}9375
\end{aligned}
$$

Wenn man von $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ bzw. [0; 28] ausgeht, hat Chantal Recht, da ein negativer Wert für x ausgeschlossen wurde. Es ist anzunehmen, dass Chantal von $\mathbb{G} = \mathbb{Q}^+$ ausgeht.

c) Maximaler Flächeninhalt bei quadratischer Fläche, d. h. Länge = Breite:

G_1: $17 + x = 39 - x \quad \Leftrightarrow \quad 2x = 22 \quad \Leftrightarrow \quad x = 11 \qquad A_1 = 28\,m \cdot 28\,m = 784\,m^2$

G_2: $28 - x = 22 + x \quad \Leftrightarrow \quad 6 = 2x \quad \Leftrightarrow \quad x = 3 \qquad A_2 = 25\,m \cdot 25\,m = 625\,m^2$

K1/6 **12** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **13** Die Aussage ist falsch. Äquivalenzumformungen werden bei Ungleichungen wie bei Gleichungen auf beiden Seiten der Ungleichung bzw. der Gleichung durchgeführt.

K1/6 **14** Die Aussage ist falsch. Die Multiplikation oder Division mit null ist keine Äquivalenzumformung. Gegenbeispiel: Die Gleichung $x + 1 = x - 1$ hat keine Lösung, $\mathbb{L} = \varnothing$. Wenn man jedoch beide Seiten der Gleichung mit null multiplizieren würde, erhielte man $0 = 0$ und damit $\mathbb{L} = \mathbb{G}$.

K1/6 **15** Die Aussage ist falsch. Es gibt Ungleichungen, bei denen die Grundmenge gleich der Lösungsmenge ist, z. B. die Ungleichung $n > 0$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{N}$ und $\mathbb{L} = \mathbb{G}$.

K1/6 **16** Die Aussage ist falsch. $\mathbb{L} = \varnothing$ ist die leere Lösungsmenge, sie enthält keine Elemente. $\mathbb{L} = \varnothing$ besagt, dass die Gleichung bzw. Ungleichung keine Lösung hat. $\mathbb{L} = \{0\}$ dagegen enthält genau ein Element, und zwar die Null; die zugehörige Gleichung bzw. Ungleichung hat $x = 0$ als Lösung.

K1/6 **17** Die Aussage ist falsch; Gegenbeispiel: $x + 3 = 0 \wedge x - 2 = 0$

$$
\begin{aligned}
& x + 3 = 0 \wedge x - 2 = 0 \\
\Leftrightarrow\ & x = -3 \wedge x = 2
\end{aligned}
$$

$\mathbb{L} = \varnothing$

K1/6 **18** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Es gibt weitere Möglichkeiten, Textaufgaben zu lösen, z. B. systematisches Probieren, Verwendung einer numerischen oder grafischen Wertetabelle, Darstellung in einer Grafik.

K1/6 **20** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **21** Die Aussage ist falsch. Es gibt Ungleichungen mit leerer Lösungsmenge, z. B. die Ungleichung $n < 0$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{N}$ und $\mathbb{L} = \varnothing$.

K1/6 **22** Die Aussage ist falsch; auch durch systematisches Probieren und durch Umkehraufgaben lässt sich die Lösungsmenge einer Gleichung bestimmen.

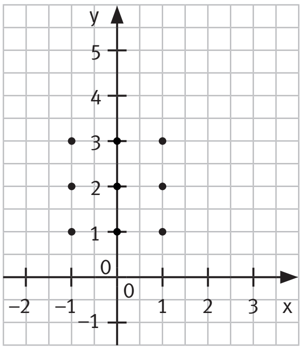
K1/6 **23** Die Aussage ist richtig.

K5 **1** **a)** $M_1 \times M_2 = \{(-4|10); (-4|21); (-3|10); (-3|21); (-1|10); (-1|21)\}$

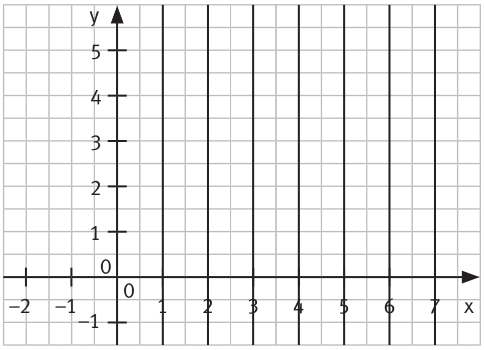
b) $M_1 \times M_2 = \{(x|-2); (x|-1); (x|0); (x|1); (x|2); (x|3); (x|4);$
$(y|-2); (y|-1); (y|0); (y|1); (y|2); (y|3); (y|4)\}$

K1 **2** Die Produktmenge $[1; 3]_{\mathbb{Q}} \times [2,5; 4,5]_{\mathbb{Q}}$ lässt sich nicht aufzählend (1) angeben, da die Mengen $[1; 3]_{\mathbb{Q}}$ und $[2,5; 4,5]_{\mathbb{Q}}$ unendlich viele Elemente haben und die Produktmenge daher ebenfalls unendlich viele Elemente hat.

K5 **3** **a)**



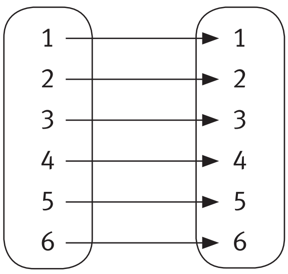
b)



K5 **4** **a)** $R = \{(3|5); (3|6); (3|7); (6|7)\}$ mit $\mathbb{D} = \{3; 6\}$ und $\mathbb{W} = \{5; 6; 7\}$

b) $R = \{(-4|-1); (-2|-2); (-1|-4); (1|4); (2|2); (4|1)\}$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{W} = \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$

K3 **5** $R = \{(x|y) \mid x = y\}$ mit $(x|y) \in [1; 6]_{\mathbb{N}} \times [1; 6]_{\mathbb{N}} = \{(1|1); (2|2); (3|3); (4|4); (5|5); (6|6)\}$



K1 **6** **a)** $R_1 = R_1^{-1} = \{(0,5|1,5); (1,5|0,5); (1,5|1,5); (1,5|2,5); (2,5|1,5)\}$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{W} = \{0,5; 1,5; 2,5\}$

$R_2 = \{(1|0); (1|1); (1|2)\}$ mit $\mathbb{D} = \{1\}$ und $\mathbb{W} = \{0; 1; 2\}$

$R_2^{-1} = \{(0|1); (1|1); (2|1)\}$ mit $\mathbb{D} = \{0; 1; 2\}$ und $\mathbb{W} = \{1\}$

b) Nur R_2^{-1} ist eine Funktion, da bei dieser Relation jedem x-Wert genau ein y-Wert zugeordnet wird. Bei den Relationen R_1, R_1^{-1} und R_2 ist dies nicht erfüllt.

K1 **7** **a)** Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:
Die Geraden der Geradenschar $g(m)$: $y = mx + t$ mit Büschelpunkt $P(-0,75|0)$ haben eine Nullstelle bei $x = -0,75$; d. h.:
$y = m(x + 0,75) + 0 \Leftrightarrow y = mx + 0,75m$ für $m \in \mathbb{Q}$.
$g(0)$: $y = 0$ (x-Achse); $g(1)$: $y = x + 0,75$; $g\left(\frac{4}{3}\right)$: $y = \frac{4}{3}x + 1$; $g\left(\frac{1}{3}\right)$: $y = \frac{1}{3}x + 0,25$.

b) Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:
Jede (echte) Parallele zur x-Achse mit $y = a$ $(a \neq 0)$ hat keine Nullstelle.
Hyperbeln der Form $y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$ haben keine Nullstelle.
Eine nach oben verschobene Betragsfunktion, z. B. $y = |x| + 1$, hat keine Nullstelle.

K5 **8** **a)** P (–2,5 | 7) in f einsetzen: $7 = 4 \cdot (-2{,}5)^2 - (-2{,}5) - 22{,}5 \quad \Leftrightarrow 7 = 5$ (falsch) $\quad \Rightarrow P \notin f$

b) P (–2,5 | 7) in f einsetzen: $7 = \frac{1}{5} \cdot (-2{,}5) - 0{,}5 \quad \Leftrightarrow 7 = -1$ (falsch) $\quad \Rightarrow P \notin f$

K6 **9** Die Aussage ist falsch. Richtig ist: Eine Funktion heißt umkehrbar, wenn die zugehörige Umkehrrelation wieder eine Funktion ist.

K5 **10** f: $y = 3{,}5$; g: $y = -\frac{2}{7}x$; h: $y = \frac{5}{7}x + 0{,}5$; i: $y = 4x - 1$; k: $x = -2{,}5$.

K6 **11** **a)** Der Graph von f: $y = x^{-1}$ ist eine Hyperbel.

b) Der Graph von f: $y = x$ ist eine Ursprungsgerade.

c) Der Graph von f: $y = x^2$ ist keine Ursprungsgerade, keine Hyperbel und auch keine Parallele zur x-Achse (er ist eine Parabel).

d) Der Graph von f: $y = -1$ ist eine Parallele zur x-Achse.

K6 **12** Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:
Man markiert zunächst den y-Achsenabschnitt t auf der y-Achse als ersten Punkt der Gerade und zeichnet von diesem ausgehend das Steigungsdreieck, das durch m vorgegeben ist.
Alternative: Man berechnet mithilfe der Funktionsgleichung zwei Punkte, die auf der Gerade liegen, zeichnet diese ein und verbindet sie miteinander.

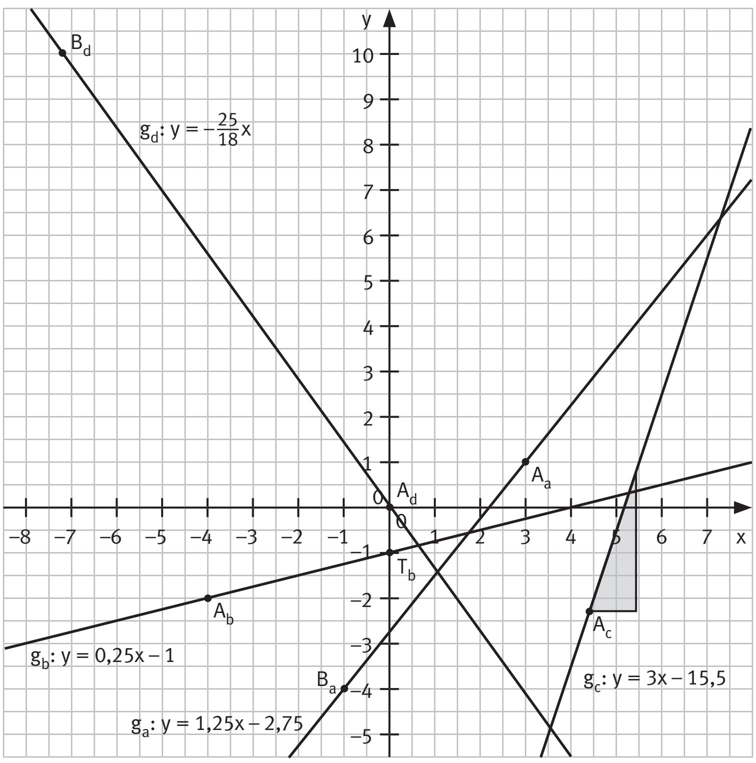
K5 **13** Betrachtet wird die Normalform von g: $y = mx + t$ mit $m, t \in \mathbb{Q}$.

a) $m = \frac{-4-1}{-1-3} = \frac{-5}{-4} = 1{,}25$
A in $y = 1{,}25x + t$ einsetzen:
$1 = 1{,}25 \cdot 3 + t \Leftrightarrow t = -2{,}75$
$\Rightarrow$ g: $y = 1{,}25x - 2{,}75$

b) t in $y = mx + t$ einsetzen: $y = mx - 1$
A in $y = mx - 1$ einsetzen:
$-2 = -4m - 1 \Leftrightarrow m = 0{,}25$
$\Rightarrow$ g: $y = 0{,}25x - 1$

c) m in $y = mx + t$ einsetzen: $y = 3x + t$
A in $y = 3x + t$ einsetzen:
$-2{,}3 = 3 \cdot 4{,}4 + t \Leftrightarrow t = -15{,}5$
$\Rightarrow$ g: $y = 3x - 15{,}5$

d) t in $y = mx + t$ einsetzen: $y = mx$
$m = \frac{10}{-7{,}2} = -\frac{25}{18}$
$\Rightarrow$ g: $y = -\frac{25}{18}x$



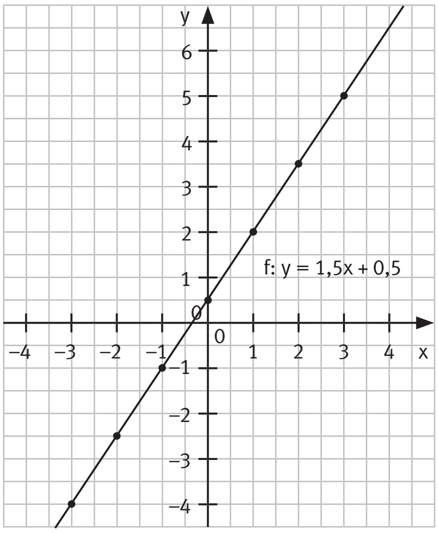
K5 **14 a)** $f(x)$: $y = 1{,}5x + 0{,}5$

Es handelt sich um eine lineare Funktion der Form $y = mx + t$. Ihr Graph ist eine Gerade mit positiver Steigung $m = 1{,}5$ und y-Achsenabschnitt $t = 0{,}5$.

b)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–4	–2,5	–1	0,5	2	3,5	5

c)



K5 **15** Ermittlung der Nullstellen mithilfe von $f(x) = 0$.

a) $-1{,}8x + 7{,}5 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{7{,}5}{1{,}8} = 4\frac{1}{6}$

Die Funktion f hat bei $x = 4\frac{1}{6}$ eine Nullstelle.

b) $0 + x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = -3$

Die Funktion f hat bei $x = -3$ eine Nullstelle.

c) $0 + 3 = 7{,}5$

$\Leftrightarrow 3 = 7{,}5$ (falsch)

Die Funktion f hat keine Nullstelle.

Der Graph von f ist eine Parallel zur x-Achse.

d) $0 = -\frac{3}{x}$

$\Leftrightarrow 0 = -3$ (falsch)

Die Funktion f hat keine Nullstelle

Der Graph von f ist eine Hyperbel.

K5 **16** Vergleich der Steigungen: $m_1 = 2$; $m_2 = 0{,}5$; $m_3 = -0{,}5$; $m_4 = 0$; $m_5 = 0{,}5$; $m_6 = 0$.

$m_1 \cdot m_3 = -1 \quad \Rightarrow g_1 \perp g_3$

$m_2 = m_5 = 0{,}5 \Rightarrow g_2 \parallel g_5$

$m_4 = m_6 = 0 \quad \Rightarrow g_4 \parallel g_6$

K5 **17** Umkehrfunktion: „Vertausche x und y und stelle nach y um."

Funktion f: $y = 3(x - 1) + 0{,}25$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$

Umkehrfunktion f^{-1}: $x = 3(y - 1) + 0{,}25$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$

$\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{2{,}75}{3}$

$\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{11}{12}$

K 5 **18** Wenn $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $CD \perp DA$, $DA \perp AB$ ist, dann ist ABCD ein Rechteck (es genügen die Winkelmaße von drei der vier Winkel: Wenn drei Winkel im Viereck das Winkelmaß von 90° haben, muss auch das Winkelmaß des vierten Winkels 90° sein).

Vergleich der Steigungen der Geraden AB, BC, CD und AD:

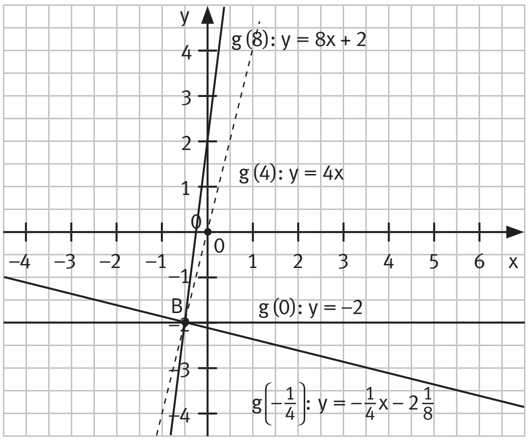
$m_{AB} = \frac{-1-1}{5+3} = -\frac{1}{4}$; $m_{BC} = \frac{3+1}{6-5} = 4$;

$m_{CD} = \frac{5-3}{-2-6} = -\frac{1}{4}$; $m_{DA} = \frac{1-5}{-3+2} = 4$.

$m_{AB} \cdot m_{BC} = m_{BC} \cdot m_{CD} = m_{CD} \cdot m_{DA} = m_{DA} \cdot m_{AB} = -1 \quad \Rightarrow$

Alle benachbarten Geraden stehen senkrecht aufeinander, das Viereck ist ein Rechteck.

K 5 **19**



a) g (m): $y = mx + 0{,}5\,(m - 4)$

g (8): $y = 8x + 0{,}5\,(8 - 4)$

$\Leftrightarrow y = 8x + 2$

$g\left(-\frac{1}{4}\right)$: $y = -\frac{1}{4}x + 0{,}5\left(-\frac{1}{4} - 4\right)$

$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x - 2\frac{1}{8}$

g (0): $y = -2$

b) g (m): $y = mx + 0{,}5\,(m - 4)$

$\Leftrightarrow y = m\,(x + 0{,}5) - 2$

$\Rightarrow B\,(-0{,}5\,|\,-2)$

c) $B\,(-0{,}5\,|\,-2)$ und $0\,(0\,|\,0) \in g\,(m_c)$

$\Rightarrow m_c = \frac{-2}{-0{,}5} = 4$

g (4): $y = 4x$

K 5 **20** Für die Parallelenschar gilt, dass alle Geraden der Parallelenschar die gleiche Steigung m_0 haben.
Ermittlung von m_0 mithilfe von g:

g: $3{,}5x - \frac{1}{7}y + 1{,}1 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{7}y = 3{,}5x + 1{,}1 \Leftrightarrow y = 24{,}5x + 7{,}7$

$\Rightarrow m_0 = 24{,}5$

$\Rightarrow$ Parallelenschar g (t): $y = 24{,}5x + t$

K 1 **21** Brigitte hat Recht: Um die Funktionsgleichung einer Hyperbel angeben zu können, benötigt man nur einen Punkt $P\,(x_P\,|\,y_P)$. Mit den Koordinaten x_P und y_P kann man den Faktor k und damit die Funktionsgleichung bestimmen: $k = y_P \cdot x_P \Rightarrow y = \frac{y_P \cdot x_P}{x}$.

K 3 **22** Umrechnung von $\frac{km}{h}$ in $\frac{km}{min}$: $840\,\frac{km}{h} = 840\,\frac{km}{60\,min} = 14\,\frac{km}{min}$.
In 1 min werden 14 km zurückgelegt, in 2 min 2 · 14 km, in 3 min 3 · 14 km, ...
Es liegt eine direkte Proportionalität vor und damit eine Funktion f mit:
f (x): $y = 14x$ für $x \in \mathbb{Q}$, $x \geq 0$.

K 1/6 **23** Die Aussage ist richtig: Funktionen sind Relationen, bei denen jedem Element x aus der Definitionsmenge genau ein Element y aus der Wertemenge zugeordnet wird.

K 1/6 **24** Die Aussage ist richtig. Sie trifft zu, wenn M_1 genau ein Element enthält und M_2 genau drei Elemente (bzw. wenn M_1 genau drei Elemente enthält und M_2 genau 1 Element).

K 1/6 **25** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiele sind die Relation R: $x = 0$ mit $\mathbb{D} = \{0\}$ und $\mathbb{W} = \mathbb{Q}$ und die Funktion f: $x = y$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{W} = \mathbb{Q}$.

K 1/6 **26** Die Aussage ist richtig. Eine Funktion der direkten Proportionalität hat die Form $y = mx$ mit $m \in \mathbb{Q}$.

K 1/6 **27** Die Aussage ist falsch. Richtig ist: Die Umkehrfunktion einer linearen Funktion ist eine lineare Funktion.

K 1/6 **28** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **29** Die Aussage ist richtig (sofern m_1 und m_2 definiert sind, d. h. $m_1 \neq 0$ und $m_2 \neq 0$).

K 1/6 **30** Die Aussage ist richtig, wenn man für „Parallelenschar“ die Definition gemäß dem Merkwissen anwendet, wonach Geraden mit gleicher Steigung, aber unterschiedlichen y-Achsenabschnitten eine Parallelenschar g (t) mit $y = m_0x + t$ bilden. (Die Geradenschar mit $x = a$ für $a \in \mathbb{Q}$ enthält die y-Achse, erfüllt aber nicht die Bedingungen der Parallelenschar.)

K 1/6 **31** Die Aussage ist falsch. Die Graphen von Funktionen der indirekten Proportionalität sind Hyperbeln.

K 1/6 **32** Die Aussage ist richtig.

K3 **1** **a)** Mögliche Ergebnisräume:

Ω_1 = {ganzes Ei; gebrochenes Ei}

Ω_2 = {weißes Ei; buntes Ei mit Punkten; rotes Ei mit Zackenlinien; blau-lila-grün gestreiftes Ei; grün-blau gestreiftes Ei mit Zackenlinie}

Ω_3 = {buntes Ei; weißes Ei}

b) Nur beim Ergebnisraum Ω_2 handelt es sich um ein Laplace-Experiment; bei den anderen beiden Ergebnisräumen sind die Ergebnisse nicht gleich wahrscheinlich.

K6 **2** Gitte sollte den Würfel 100-mal oder öfter werfen und dabei notieren, wie oft welche Ziffer geworfen wurde. Treten alle sechs Ziffern annähernd gleich oft auf, so kann man vermuten, dass alle sechs Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind. Je länger die Versuchsreihe ist, desto besser kann die Qualität des Würfels überprüft werden.

K3 **3** **a)** $E_1 = \{8\}$; $E_2 = \{2; 3; 5; 7\}$; $E_3 = \{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$

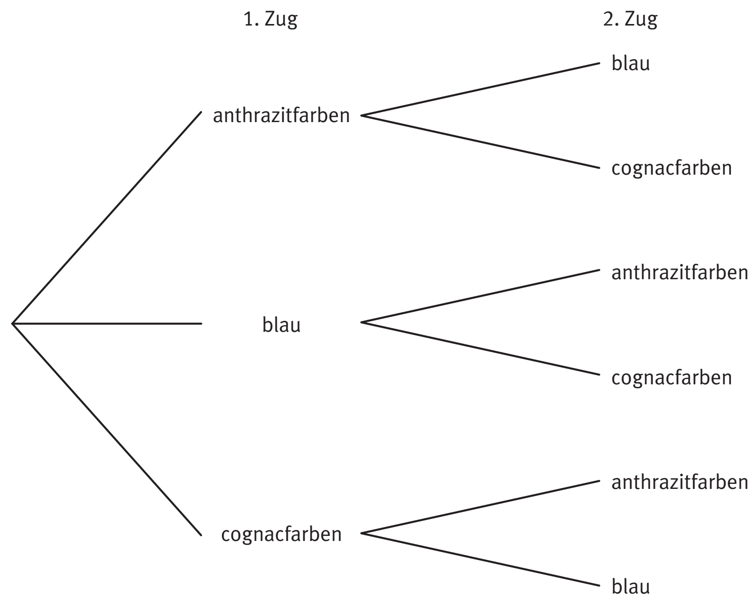
b) E_1 ist ein Elementarereignis, da es nur ein einziges Element des Ergebnisraums enthält.

c) $\overline{E_1} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$

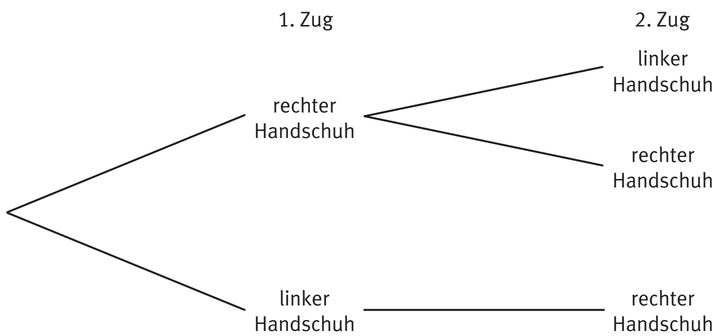
d) Individuelle Lösungen sind möglich, z. B.:
E_4: „Die geworfene Zahl ist größer als 8."

K6 **4** Saschas Aussage ist mathematisch falsch, denn wenn 505 Leute teilnehmen, aber nur 500 Preise verlost werden, erhalten 5 Teilnehmer keinen Preis. Die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen beträgt rund 99 %, die Wahrscheinlichkeit zu verlieren beträgt rund 1 %. Es ist sehr wahrscheinlich, aber nicht absolut sicher, dass Thea unter den Gewinnern ist.

K4 **5** **a)** 1



2



b) Ω_1 = {(ein anthrazitfarbener Handschuh und ein blauer Handschuh);
(ein anthrazitfarbener Handschuh und ein cognacfarbener Handschuh);
(ein cognacfarbener Handschuh und ein blauer Handschuh)}

c) Mögliche Lösung:
E: „Es werden nicht zwei rechte Handschuhe gezogen." $P(E) = 66,\overline{6}\,\% = \frac{2}{3}$

K3 **6** Rick muss eine Zwei oder eine Drei würfeln, um eine andere Figur schlagen zu können (= E).
$P(E) = \frac{2}{6} \approx 33{,}3\,\%$

K3 **7** ① $P(E_{gelb}) = \frac{20}{80} = 25\,\%$ ② $P(E_{Elfer}) = \frac{4}{80} = 5\,\%$ ③ $P(E_{gelbe\ Elfer}) = \frac{1}{80} = 1{,}25\,\%$

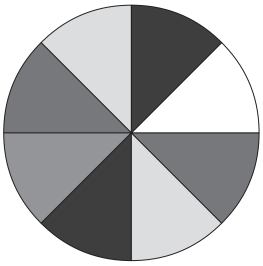
K3 **8** **a)** Anzahl der unterschiedlichen Einstellungen bei 4 Räder mit je 10 Möglichkeiten (Ziffern 0 bis 9):
$10^4 = 10\,000$

b) $P(E_{falsche\ PIN}) = \frac{9999}{10\,000} = 99{,}99\,\%$

K3 **9** „D" steht für das Ereignis, dass eine deutsche 1-ct-Münze gezogen wird;
„M" steht für das Ereignis, dass eine monegassische 1-ct-Münze gezogen wird.
Ω = {M; DM; DDM; DDDM; DDDDM; DDDDDM; DDDDDDM; DDDDDDDM; DDDDDDDDM;
DDDDDDDDDM; DDDDDDDDDDM}

K3 **10** **a)** Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger beim einmaligen Drehen auf „Weiß" stehen bleibt, ist 25 %.

b) Es sind individuelle Lösungen möglich, z. B.:



K3 **11** Es gibt 6 · 7 = 42 gleich große Felder. $P(\text{Trixi gewinnt}) = \frac{1}{42} \approx 2{,}38\,\%$
Annahme: Die Wahrscheinlichkeit, getroffen zu werden, ist bei jedem der 42 Felder gleich groß.

K1 **12** Ω = {(blau-1, grün-1); (blau-1, grün-2), (blau-1, grün-3); (blau-1, grün-4);
(blau-2, grün-1); .... (blau-4, grün-3); (blau-4, grün-4)}
Unter den 16 möglichen Ergebnissen gibt es zwei günstige Ergebnisse für E_1: (blau-3; grün-4) und (blau-4, grün-3); d. h., es wird eine Drei auf blauem Würfel und eine Vier auf grünem Würfel gewürfelt oder es wird eine Drei auf grünem Würfel und eine Vier auf blauem Würfel gewürfelt.

Unter den 16 möglichen Ereignissen gibt es nur ein günstiges Ergebnis für E_2: (blau-4, grün-4), d. h., auf dem blauen Würfel und auf dem auf grünen Würfel wird eine Vier gewürfelt.
$P(E_1) = \frac{2}{16} = 12{,}50\,\% > P(E_2) = \frac{1}{16} = 6{,}25\,\%$
Das Ereignis E_1 tritt mit größerer Wahrscheinlichkeit ein als E_2.

K1/6 **13** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **14** Die Aussage ist richtig. Beispielsweise können beim Werfen eines Spielwürfels u. a. folgende Ergebnisräume betrachtet werden:
Ω_1 = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
Ω_2 = {gerade Zahl; ungerade Zahl}

K 1/6 **15** Die Aussage ist falsch. Ein Elementarereignis enthält nach Definition nur ein einziges Element. Wenn $E = \Omega$ für das Elementarereignis E gilt, dann besteht der Ergebnisraum nur aus einem Element; damit ist die Wahrscheinlichkeit für E gleich 1. Das Ergebnis wäre mit Sicherheit vorhersehbar, das Experiment wäre kein Zufallsexperiment.

K 1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Die zentrale Eigenschaft eines Laplace-Experiments ist, dass alle endlich vielen möglichen Elementarereignisse gleich wahrscheinlich sind.

K 1/6 **17** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **18** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **19** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **20** Die Aussage ist falsch. In der Aussage muss noch ein Prozentzeichen ergänzt werden:
„… so ist der Wert der Summe 100 %.“ bzw. „ … so ist der Wert der Summe 1.“

K 1/6 **21** Die Aussage ist falsch, vgl. als Gegenbeispiel das unmögliche Ereignis „Es wird die Zahl 7 gewürfelt.“ beim Würfeln mit einem Spielwürfel und den Elementarereignissen 1; 2; 3; 4; 5; 6.

K 1/6 **22** Die Aussage ist falsch. Der Ergebnisraum enthält insgesamt 4 Elemente, also gilt: $|\Omega| = 4$.

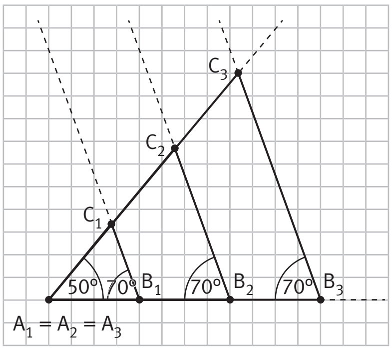
K 1/6 **23** Die Aussage ist falsch. Da der Ergebnisraum eines Zufallsexperiments aus mindestens zwei gleich wahrscheinlichen Elementarereignissen bestehen muss, die zusammen 100 % ergeben, können die Wahrscheinlichkeiten für diese beiden Ereignisse jeweils maximal 50 % betragen.

K1 **1** Wegen der Innenwinkelsumme im Dreieck folgt mit 180° – 105° = 75°, dass das Maß der beiden anderen Winkel jeweils kleiner als 75° ist und der Winkel mit 105° der größte der drei Winkel ist. Damit ist die Gegenseite mit 7,5 cm die längste der drei Seiten, die beiden anderen Seiten sind kürzer als 7,5 cm.

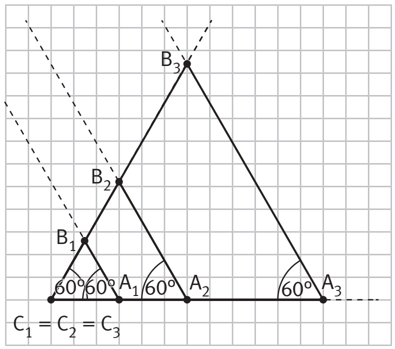
K3 **2** Damit die Dreiecksungleichungen ($a + b > c$; $a + c > b$; $b + c > a$) erfüllt sind, muss gelten:
a) 3,3 cm < c < 10,7 cm **b)** 1 cm < a < 11 cm **c)** 0 cm < b < 11,2 cm **d)** 3,8 cm < c < 7,8 cm

K5 **3** Es sind unterschiedliche Abbildungen möglich.

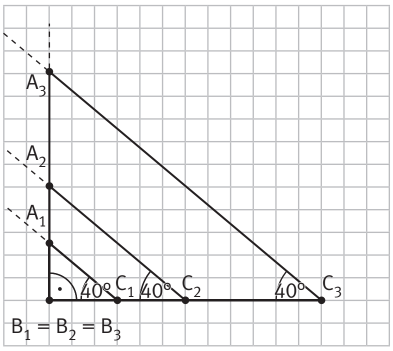
a)



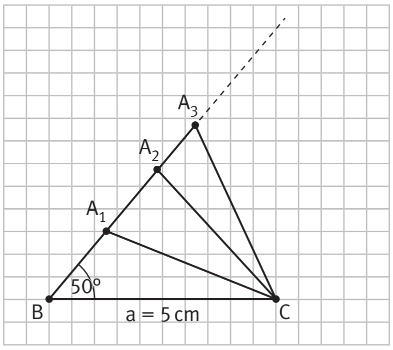
b)



c)

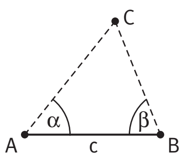


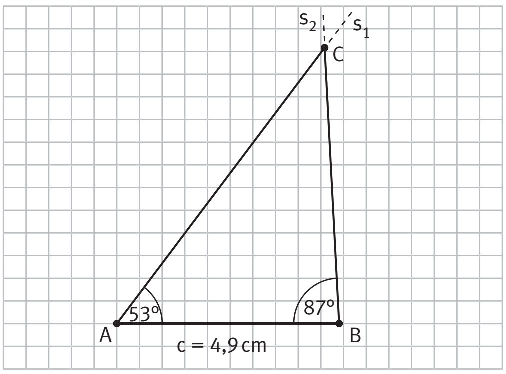
d)



K5 **4** Konstruktion der Dreiecke mit Planfigur, Angabe des Kongruenzsatzes, Zeichnung und Beschreibung:

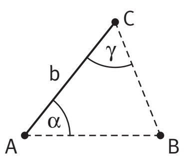
a) WSW:

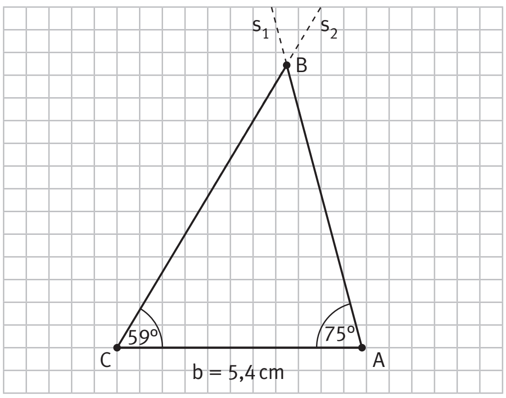




1. Festlegen der Strecke [AB] mit c = 4,9 cm
2. Antragen des Winkels $\alpha = 53°$ in A an [AB], freier Schenkel s_1
3. Antragen des Winkels $\beta = 87°$ in B an [AB], freier Schenkel s_2
4. $s_1 \cap s_2 = \{C\}$

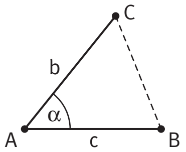
b) WSW:

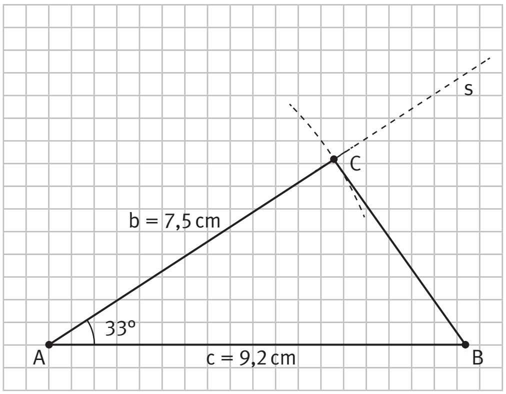




1. Festlegen der Strecke [CA] mit b = 5,4 cm
2. Antragen des Winkels $\alpha = 75°$ in A an [CA], freier Schenkel s_1
3. Antragen des Winkels $\gamma = 59°$ in C an [CA], freier Schenkel s_2
4. $s_1 \cap s_2 = \{B\}$

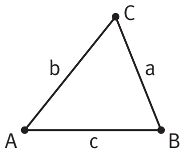
c) SWS:

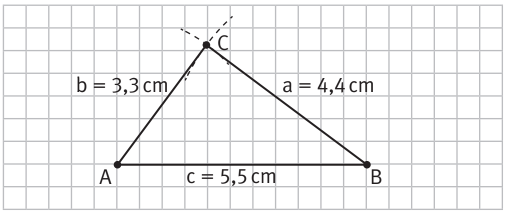




1. Festlegen der Strecke [AB] mit c = 9,2 cm
2. Antragen des Winkels α = 33° in A an [AB], freier Schenkel s
3. k (A; r = b = 7,5 cm)
4. s ∩ k = {C}

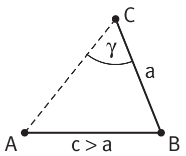
d) SSS:

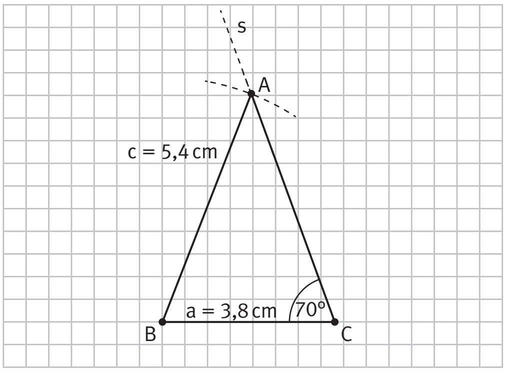




1. Festlegen der Strecke [AB] mit c = 5,5 cm
2. k_1 (B; r = a = 4,4 cm)
3. k_2 (A; r = b = 3,3 cm)
4. $k_1 \cap k_2$ = {C}

e) SsW

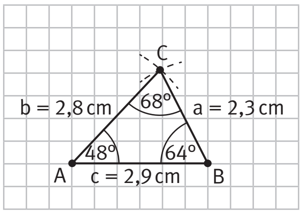




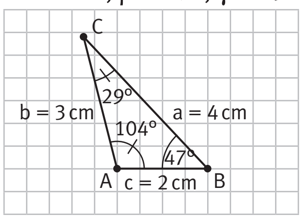
1. Festlegen der Strecke [BC] mit a = 3,8 cm
2. Antragen des Winkels γ = 70° in C an [BC], freier Schenkel s
3. k (B; r = c = 5,4 cm)
4. s ∩ k = {A}

K5 **5** Es sind Messabweichungen möglich. Da die Seitenlängen genauer messbar sind als die Winkel, empfiehlt es sich, das Dreieck nach dem Kongruenzsatz SSS zu konstruieren.

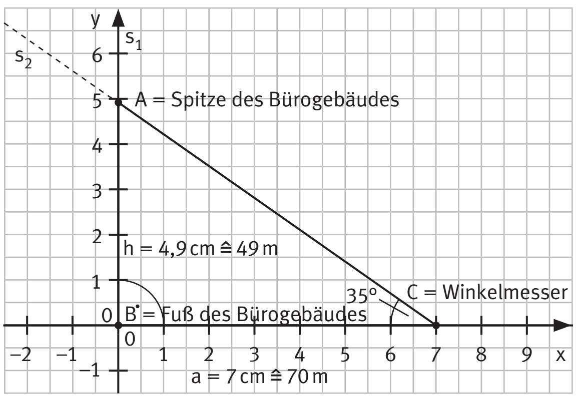
a) a = 2,3 cm, b = 2,8 cm, c = 2,9 cm;
α = 48°, β = 64°, γ = 68°



b) a = 4 cm, b = 3 cm, c = 2 cm;
α = 104°, β = 47°, γ = 29°



K3 **6** Maßstab: 1 cm ≙ 1000 cm = 10 m; 1 : 1000.

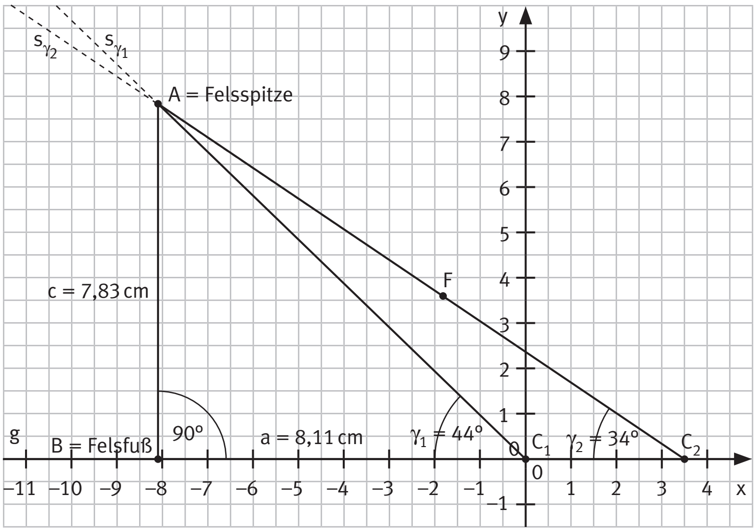


Die Konstruktion erfolgt nach WSW mit a = 7 cm, β = 90° und γ = 35°, sie ergibt eine Höhe von 4,9 cm. Das Bürogebäude ist demnach 49 m hoch.

K3 **7** Schätzung (Abweichungen sind möglich): Die Höhe des Felsens beträgt in der Skizze 2,5 cm, die Flussbreite beträgt etwa 2,6 cm. Der Abstand zwischen den zwei Messpunkten auf der Wiese beträgt 1,1 cm und entspricht 35 m. Damit entspricht die Höhe des Felsens etwa 79,5 m, die Flussbreite etwa 82,7 m.

Konstruktion im Maßstab 1 : 1000 (1 cm ≙ 1000 cm = 10 m): C_1 und C_2 sind die Punkte auf der Wiese, von denen aus die Winkel mit $\gamma_1 = 44°$ bzw. $\gamma_2 = 34°$ an die Grundlinie $g = C_1C_2$ angelegt werden. Der Abstand zwischen C_1 und C_2 beträgt 3,5 cm bzw. 35 m. Die freien Schenkel der beiden Winkel schneiden sich in A, der Felsspitze. Den Punkt B (Felsfuß) erhält man als Lotfußpunkt von A auf g.

Die Konstruktion ergibt eine Felshöhe von 7,83 cm ≙ 78,3 m und eine Flussbreite von 8,11 cm ≙ 81,1 m. Die Schätzung von 79,5 m bzw. 82,7 m liegt dem berechneten Ergebnis sehr nahe.

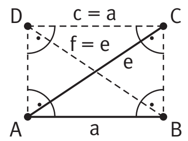


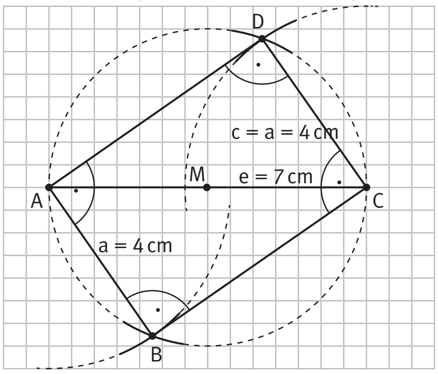
K5 **8** Die Innenwinkelsumme im Viereck beträgt 360°.

a) $\delta = 360° - 60° - 125° - 85° = 90°$
b) $\beta = 360° - 90° - 40° - 90° = 140°$
c) $\delta = \beta = 78°;\ \alpha = \frac{360° - 2 \cdot 78°}{2} = 102° = \gamma$
d) $\alpha = \gamma = 66°;\ \beta = \frac{360° - 2 \cdot 66°}{2} = 114° = \delta$

K5 **9** Konstruktion mit Planfigur, Zeichnung und Beschreibung

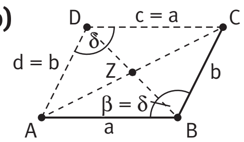
a)

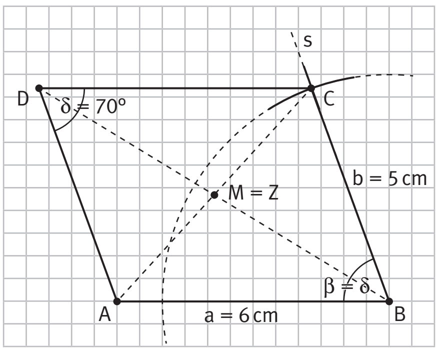




1. Festlegen der Diagonale [AC] mit e = 7 cm
2. Thaleskreis k_T über [AC]
3. k_1 (A; r = a = 4 cm)
4. k_2 (C; r = a = 4 cm)
5. $k_1 \cap k_T = \{B\}$
6. $k_2 \cap k_T = \{D\}$

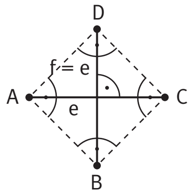
b)

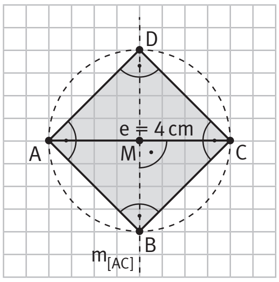




1. Festlegen der Strecke [AB] mit a = 6 cm
2. Antragen des Winkels β = δ = 70° in B an [AB], freier Schenkel s
3. k (B; r = b = 5 cm)
4. k ∩ s = {C}
5. Zeichnen von Z als Mittelpunkt von [AC]
6. $B \xmapsto{Z} D$

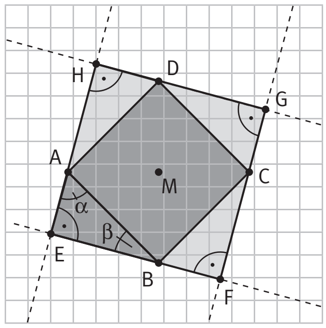
K3 **10** **a)**



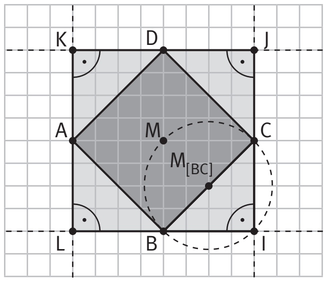


1. Festlegen der Diagonale [AC] mit e = 4 cm
2. Zeichnen des Thaleskreises k_T über [AC]
3. Zeichnen der Mittelsenkrechten $m_{[AC]}$
4. $m_{[AC]} \cap k_T = \{B; D\}$

b) 1 Um ein großes Quadrat um das kleine Quadrat herum zu konstruieren, wählt man die vier entstehenden Dreiecke rechtwinklig und kongruent zueinander; die Seiten des inneren Quadrats bilden dabei die Hypotenusen der Dreiecke, die rechten Winkel in den Dreiecken liegen ihnen also gegenüber.
Ein Lösungsweg zur Konstruktion des ersten der vier Dreiecke, z. B. des Dreiecks AEB über [AB], besteht darin, zwei beliebige Winkel α und β zu wählen, die zusammen 90° ergeben, z. B. 30° und 60°. Anschließend konstruiert man über den Seiten [BC], [CD], [DA] die zu AEB kongruenten Dreiecke, indem man die gewählten Winkel α und β an die Seiten anträgt und die Eckpunkte F, G und H als Schnittpunkte der freien Schenkel ermittelt.



2 Es gelten die gleichen Voraussetzungen wie unter 1, nur wird hier der rechte Winkel mithilfe des Thaleskreises über einer Seite des inneren Quadrates festgelegt, z. B. über [BC]. Auf dem entstehenden Kreisbogen kann ein Punkt I beliebig gewählt werden, wobei die Winkel α und β zusammen 90° ergeben. Um zu gewährleisten, dass die Seiten des äußeren Quadrats rechtwinklig aufeinander stehen, kann man die fehlenden Eckpunkte J, K und L als Schnittpunkte der Parallelen bzw. Senkrechten zu BI durch C, D und A konstruieren.



c) Da in 1 die Winkel α und β beliebig gewählt werden können mit $0 < \alpha < 90°$, $0 < \beta < 90°$ und $\alpha + \beta = 90°$ bzw. in 2 der Punkt I auf dem Thaleskreis beliebig wählbar ist, gibt es unendlich viele Möglichkeiten für das äußere Quadrat.

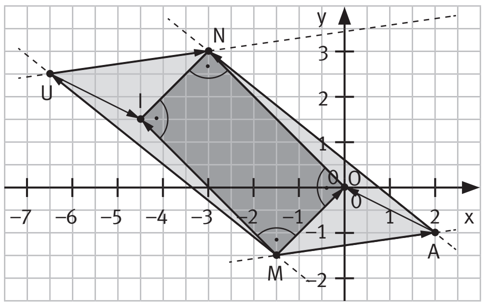
K3 **11** **a)** $\overrightarrow{MA} = \begin{pmatrix}3,5\\0,5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AN} = \begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{UN} = \begin{pmatrix}3,5\\0,5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MU} = \begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{UN} = \begin{pmatrix}3,5\\0,5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MU} = \begin{pmatrix}-5\\4\end{pmatrix}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} \parallel \overrightarrow{UN}$ und $\overrightarrow{AN} \parallel \overrightarrow{MU}$

Das Viereck MANU ist ein Parallelogramm.

b) und **c)**



d) O (0 | 0); I (–4,5 | 1,5);

$\overrightarrow{MO} = \begin{pmatrix}1,5\\1,5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ON} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{IN} = \begin{pmatrix}1,5\\1,5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{MI} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{MO} = \overrightarrow{IN} = \begin{pmatrix}1,5\\1,5\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MI} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{MO} \parallel \overrightarrow{IN}$ und $\overrightarrow{ON} \parallel \overrightarrow{MI}$

Das Viereck MONI ist ein Parallelogramm.

Es gilt:

$\begin{pmatrix}1,5\\1,5\end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix}1,5\\1,5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$, d. h. $\overrightarrow{MO}$ und $\overrightarrow{IN}$ stehen senkrecht auf $\overrightarrow{ON}$ und $\overrightarrow{MI}$, außerdem sind $\overrightarrow{ON}$ und $\overrightarrow{MI}$ doppelt so lang wie $\overrightarrow{MO}$ bzw. $\overrightarrow{IN}$.

K 1 **12 a)** Unten links: Gleichschenkliges Trapez mit Symmetrieachse und Umkreis
Unten rechts: Drachenviereck mit Symmetrieachse und Inkreis
Mitte links: Rechteck mit zwei Symmetrieachsen, Symmetriezentrum und Umkreis
Mitte rechts: Raute mit zwei Symmetrieachsen, Symmetriezentrum und Inkreis
Oben: Quadrat mit vier Symmetrieachsen, Symmetriezentrum, Umkreis und Inkreis

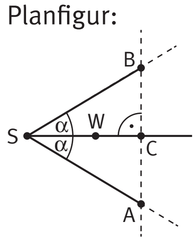
b) Links befinden sich die Vierecke mit Umkreis, rechts die Vierecke mit Inkreis. Links liegen alle Eckpunkte außerhalb der Symmetrieachse, rechts liegen zwei bzw. vier Eckpunkte auf der Symmetrieachse. Von unten nach oben kommen weitere Symmetrieeigenschaften hinzu.

c) Das Parallelogramm müsste auf der untersten Stufe zwischen gleichschenkligem Trapez und Drachen (oder unterhalb der beiden) eingefügt werden: Es hat keine Symmetrieachse, aber ein Symmetriezentrum. Es hat keinen Umkreis und keinen Inkreis.

K 1 **13**

	a)		b)
	Voraussetzung	Behauptung	richtig/falsch
1	Das Viereck ABCD hat zwei parallele Seiten, die beiden anderen Seiten sind gleich lang.	Das Viereck ABCD ist ein Parallelogramm.	falsch. Gegenbeispiel: Das gleichschenklige Trapez hat zwei parallele Seiten und zwei gleich lange Seiten, ist aber kein Parallelogramm.
2	Im Viereck ABCD stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander.	Das Viereck ABCD ist ein Parallelogramm.	falsch. Gegenbeispiel: Im Drachenviereck stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander, es ist aber kein Parallelogramm.
3	Das Viereck ABCD ist punktsymmetrisch mit Symmetriezentrum Z.	Im Viereck ABCD halbieren sich die Diagonalen im Symmetriezentrum Z.	richtig: Die Punktsymmetrie ist längentreu, die Längen von Z zu den Eckpunkten bleiben bei Drehung um Z erhalten: $\overline{AZ} = \overline{ZC}$ und $\overline{BZ} = \overline{ZD}$

K 1 **14 a)** Planfigur:



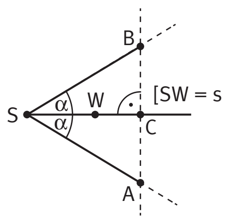
Voraussetzung:
1. [SW Winkelhalbierende zu $\sphericalangle ASB$, d. h. $\sphericalangle ASW = \sphericalangle WSB$
2. [SW $\perp$ AB. Sei [SW $\cap$ AB = {C}, dann ist $\sphericalangle SCA = \sphericalangle BCS = 90°$.

Behauptung: $\overline{SA} = \overline{SB}$

Beweis: Betrachte ΔSCB und ΔSAC:
1. $\sphericalangle ASC = \sphericalangle CSB$ (Vor. 1)
2. $\overline{SC} = \overline{SC}$ (gemeinsame Seite)
3. $\sphericalangle BCS = \sphericalangle SCA$ (Vor. 2)

$\Rightarrow \Delta SCB \cong \Delta SAC$ (nach WSW) $\Rightarrow \overline{SA} = \overline{SB}$

b) Planfigur:



Voraussetzung:
1. $\sphericalangle ASW = \sphericalangle WSB = \alpha$
2. [SW $\perp$ AB mit [SW $\cap$ AB = {C}
3. [SW ist die Symmetrieachse s.

Behauptung: $\overline{SA} = \overline{SB}$

Beweis:
$S \xmapsto{s} S$, $W \xmapsto{s} W$, $C \xmapsto{s} C$ (da S, W, C $\in$ s)
$SA \xmapsto{s} SB$; $SB \xmapsto{s} SA$ (Vor. 1 und Winkel-/Geradentreue)
$AB \xmapsto{s} AB$ (Vor. 2, Geradentreue)
$A \xmapsto{s} A'$ mit $A' \in AB$ und $A' \in SB$
$B \xmapsto{s} B'$ mit $B' \in AB$ und $B' \in SA$
$\Rightarrow AB \cap SB = \{B\}$ und $AB \cap SB = \{A'\} \Rightarrow A' = B$
$\Rightarrow A \xrightarrow{s} B$ und $B \xmapsto{s} A \quad \Rightarrow s = m_{[AB]} \quad \Rightarrow \overline{SA} = \overline{SB}$

K 1/6 **15** Die Aussage ist richtig (Grund: Seite-Winkel-Beziehung).

K 1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: In einem rechtwinklig gleichschenkligen Dreieck ist die Basis die längste Seite.

K 1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Richtig ist: In einem Dreieck ist die Summe zweier Seiten immer länger als die dritte Seite (Dreiecksungleichung).

K 1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Konstruktion von Dreiecken nach SWS, WSW, SsW.

K 1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Man benötigt für die eindeutige Konstruktion mindestens eine Seitenlänge.

K 1/6 **20** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **21** Die Aussage ist richtig: Jede Raute ist ein Trapez (zwei Seiten sind parallel). Im Haus der Vierecke steht die Raute über dem Trapez mit Verbindung über das Parallelogramm, beim Weg von unten nach oben kommen weitere Eigenschaften hinzu, die Raute hat insbesondere alle Symmetrieeigenschaften des Trapezes.

K 1/6 **22** Die Aussage ist falsch. Ein mathematischer Zusammenhang lässt sich an einem Gegenbeispiel widerlegen, für einen Beweis muss man jedoch zeigen, dass der Zusammenhang immer gilt, unabhängig von einem Beispiel.

K 1/6 **23** Die Aussage ist falsch: Für den Beweis geometrischer Zusammenhänge verwendet man die Kongruenzsätze für Dreiecke (nicht: „für Vierecke“).

K 1/6 **24** Die Aussage ist richtig.

K5 **1** Bestimmung der Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{N}$ (1) und in $\mathbb{G} = \mathbb{N}$ (2)

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
1	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} \setminus \{1\}$	$\mathbb{N} \setminus \{4\}$	$\mathbb{N} \setminus \{3\}$	$\mathbb{N} \setminus \{6\}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N} \setminus \{2\}$	$\mathbb{N} \setminus \{2\}$
2	$\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0,5\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{1\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-4; 4\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{6\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 2\}$

K3 **2** Es sind individuelle Antworten möglich, z. B.:

a) $\frac{1}{x}$ **b)** $\frac{1}{x - 0,5}$ **c)** $\frac{1}{x + 0,5}$ **d)** $\frac{1}{\frac{2}{3} - x}$ **e)** $\frac{1}{x^2 - 9}$ **f)** $\frac{1}{x - 3\frac{7}{11}}$

g) $\frac{1}{x - 1,44}$ **h)** $\frac{1}{2x^2 - 18}$ **i)** $\frac{1}{(x + 2) \cdot (x - 0,8)}$ **j)** $\frac{1}{x^2 - \frac{25}{49}}$ **k)** $\frac{1}{(x - 0,9) \cdot (x - 3,8)}$ **l)** $\frac{1}{x + 3,6}$

K5 **3**

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
	$\frac{3}{x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{x}{x - 3}$ $\mathbb{Q} \setminus \{3\}$	$\frac{2}{2,5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{3}{x - 5}$ $\mathbb{Q} \setminus \{5\}$	$\frac{5}{x + 3}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\frac{x - 3}{x + 3}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$
1	$\frac{3x}{x^2}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{x^2}{x^2 - 3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{2x}{2,5x^2}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{3x}{x^2 - 5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 5\}$	$\frac{5x}{x^2 + 3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{x^2 - 3x}{x^2 + 3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$
2	$\frac{12x}{4x^2}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{4x^2}{4x^2 - 12x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{8x}{10x^2}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\frac{12x}{4x^2 - 20x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 5\}$	$\frac{20x}{4x^2 + 12x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{4x^2 - 12x}{4x^2 + 12x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$
3	$\frac{3x + 9}{x^2 + 3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$	$\frac{2x + 6}{2,5x^2 + 7,5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 0\}$	$\frac{3x + 9}{x^2 - 2x - 15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 5\}$	$\frac{5x + 15}{x^2 + 6x + 9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$
4	$\frac{3x - 9}{x^2 - 3x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{3\}$	$\frac{2x - 6}{2,5x^2 - 7,5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$	$\frac{3x - 9}{x^2 - 8x + 15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{3; 5\}$	$\frac{5x - 15}{x^2 - 9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$	$\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$
5	$\frac{3x + 15}{x^2 + 5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 0\}$	$\frac{x^2 + 5x}{x^2 + 2x - 15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 3\}$	$\frac{2x + 10}{2,5x^2 + 12,5x}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 0\}$	$\frac{3x + 15}{x^2 - 25}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; 5\}$	$\frac{5x + 25}{x^2 + 8x + 15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; -3\}$	$\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 8x + 15}$ $\mathbb{Q} \setminus \{-5; -3\}$

K5 **4** Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ und gekürzter Bruchterm

a)	b)	c)	d)	e)
$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{4}{3}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-8\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1\}$
$\frac{4}{9x}$	$\frac{6 + 3x}{4 + 3x}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5 \cdot (x - 1)}{7 \cdot (x + 1)}$

f)	g)	h)	i)	j)
$\mathbb{Q} \setminus \{-16\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{16\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-16; 16\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 1,25\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 6\}$
$\frac{(x - 16)^2}{x + 16}$	$x - 16$	$\frac{x - 16}{x + 16}$	$\frac{x^2 - 6x + 9}{4x^2 - 5x}$	$\frac{x + 6}{6}$

K5 **5** Hauptnenner der Terme in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$

a) $(x + 3) \cdot (x - 3)^2 = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$

b) $2 \cdot (3x - 1) = 6x - 2$

c) $2 \cdot (x - 6) = 2x - 12$

d) $4 \cdot (x + 6) \cdot (x - 6) = 4x^2 - 144$

e) $\left(x + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{4}\right) = x^2 - \frac{1}{16}$

f) $2 \cdot (x + 3) \cdot (x - 3) = 2x^2 - 18$

g) $x \cdot (x + 2,5)^2 = x^3 + 5x^2 + 6,25x$

h) $6 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) = 6 \cdot \left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = 6x^2 - 1,5$

i) $2 \cdot (x^2 - 4) \cdot (x - 1)^2$

j) $3 \cdot 4 \cdot x \cdot (x + 3) = 12x^2 + 36x$

k) $(x + 2)^2 \cdot (x - 2)^2 = (x^2 - 4)^2 = x^4 - 8x^2 + 16$

K5 **6** Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ und vereinfachter Term

a)	b)	c)	d)	e)	f)
$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 1\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\}$	$\mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{3}{4}\right\}$
$\frac{5-8+4}{x}$ $= \frac{1}{x}$	$\frac{8+3+10}{4z}$ $= \frac{21}{4z}$	$\frac{2x-5x+5}{x^2-x}$ $= \frac{5-3x}{x^2-x}$	$\frac{1}{x+3} - \frac{4x}{x+3}$ $= \frac{1-4x}{x+3}$	$\frac{y^2+y+y^2-y}{(y-1)\cdot(y+1)}$ $= \frac{2y^2}{y^2-1}$	$\frac{20x^2-15x-2}{4x-3}$

K5 **7** Für alle $a \in \mathbb{Q} \setminus \{-5; 0; 5\}$ gilt:

$$\frac{a-15}{a^2-25} + \frac{5}{a^2-5a} = \frac{a-15}{(a-5)\cdot(a+5)} + \frac{5}{a\cdot(a-5)}$$
$$= \frac{a^2-15a+5a+25}{a\cdot(a-5)\cdot(a+5)}$$
$$= \frac{a^2-10a+25}{a\cdot(a-5)\cdot(a+5)}$$
$$= \frac{(a-5)^2}{a\cdot(a-5)\cdot(a+5)}$$
$$= \frac{a-5}{a\cdot(a+5)}$$

K3 **8** **a)** Anzahl der Mountainbikes sei x; Anzahl der Trekkingräder ist $x - 24$;
Anzahl aller Fahrräder ist $2x - 24$ mit $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 24\}$

$\frac{x}{2x-24} = \frac{55}{100}$

$\Leftrightarrow 100x = 110x - 1320$

$\Leftrightarrow 1320 = 10x$

$\Leftrightarrow x = 132$

Auf dem Fahrradplatz stehen 132 Mountainbikes und 108 Trekkingräder, insgesamt 240 Fahrräder.

b) Situation 1: Taschengeld von Lisa sei x €; Taschengeld von Gabi ist $(x - 10)$ €.
Situation 2: Taschengeld von Lisa ist $(x - 10)$ €; Taschengeld von Gabi ist $(x - 20)$ €;
$\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 20\}$.

$\frac{x-20}{x-10} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2x - 40 = x - 10$

$\Leftrightarrow x = 30$

Lisa bekommt 30 € und Gabi 20 € Taschengeld. Bei jeweils 10 € weniger Taschengeld bekäme Lisa nur 20 €, Gabi 10 €.

K3 **9** Bruch A mit Zähler z und Nenner $(z + 2)$: $A = \frac{z}{z+2}$

Bruch B mit Zähler $(z - 3)$ und Nenner $[(z + 2) - 2] = z$: $B = \frac{z-3}{z}$

$\mathbb{D} = \mathbb{N} \setminus \{-2; 0\}$

$\frac{z}{z+2} = \frac{z-3}{z}$

$\Leftrightarrow z^2 = z^2 - z - 6$

$\Leftrightarrow z = -6$

$A = \frac{-6}{-4}$, $B = \frac{-9}{-6}$. Für A und B gilt: $\frac{-6}{-4} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$.

K5 **10** Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ und vereinfachter Term

a)	b)	c)	d)	e)
$\mathbb{Q} \setminus \{2; 5\}$ $\frac{x+3}{(x-5)\cdot(x-2)}$ $= \frac{x+3}{x^2-7x+10}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-8; 1\}$ $\frac{4\cdot(x-1)\cdot 3}{(x+8)\cdot(x-1)}$ $= \frac{12}{x+8}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $(3x+9)\cdot x$ $= 3x^2 + 9x$	$\mathbb{Q} \setminus \{-2; 0; 4\}$ $\frac{(x-4)\cdot(x+2)}{x\cdot(x+2)\cdot x\cdot(x-4)}$ $= \frac{1}{x^2}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-2; 0; 2\}$ $\frac{6x^2\cdot(x+2)\cdot(x-2)}{(x+2)\cdot 3x}$ $= 2x^2 - 4x$

f)	g)	h)	i)	j)
$\mathbb{Q} \setminus \{-7; 0\}$ $\frac{3\cdot 0{,}25\cdot(x+7)}{(x+7)\cdot 9x}$ $= \frac{0{,}25}{3x} = \frac{1}{12x}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\frac{4x^2\cdot 5}{3\cdot 16x}$ $= \frac{5x}{12}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0; 2; 5\}$ $\frac{2x\cdot 5\cdot(x-5)}{(x-5)\cdot 2x\cdot(2-x)}$ $= \frac{5}{2-x}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$ $\frac{2\cdot(x+3)\cdot(x-3)}{(x-3)\cdot 4}$ $= \frac{x+3}{2}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$ $\frac{3\cdot(x+3)}{(x-3)\cdot(x+3)}$ $= \frac{3}{x-3}$

K5 **11** Definitionsmenge $\mathbb{D}$ in $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ und Lösungsmenge $\mathbb{L}$

a)	b)	c)	d)	e)
$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\{26\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\left\{\frac{9}{14}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ $\left\{-\frac{1}{9}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{0\}$ $\left\{\frac{1}{3}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{2\}$ $\left\{2\frac{3}{11}\right\}$

f)	g)	h)	i)	j)
$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 8\}$ $\left\{1\frac{5}{7}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-3; 4\}$ $\left\{-3\frac{7}{15}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \left\{-4{,}5; -\frac{4}{3}\right\}$ $\left\{-9\frac{7}{9}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-4; 6\}$ $\left\{\frac{4}{9}\right\}$	$\mathbb{Q} \setminus \{-0{,}5\}$ $\left\{-1\frac{1}{4}\right\}$

K3 **12** Zum Text passt Gleichung 2.

K5 **13** **a)** $4x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow (2x-3)^2 = 0 \Rightarrow \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{1{,}5\}$

$\frac{12\cdot(x^2-3)}{4x^2-12x+9} = 3$ $\quad | \cdot (4x^2 - 12x + 9)$

$\Leftrightarrow 12x^2 - 36 = 12x^2 - 36x + 27$ $\quad | -12x^2 + 36x + 36$

$\Leftrightarrow 36x = 63$ $\quad | : 36$

$\Leftrightarrow x = \frac{63}{36} = 1{,}75$; $\mathbb{L} = \{1{,}75\}$

b) Hinweis: $x^2 - 0{,}5x - 3 = x^2 + 1{,}5x - 2x - 3 = (x+1{,}5)\cdot(x-2)$

$x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6 = (x+3)\cdot(x-2)$

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$

$\frac{x^2-0{,}5x-3}{x^2-4x+4} = \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$ $\quad$ | Faktorisieren

$\Leftrightarrow \frac{(x+1{,}5)\cdot(x-2)}{(x-2)^2} = \frac{(x+3)\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(x+2)}$ $\quad$ | Kürzen

$\Leftrightarrow \frac{(x+1{,}5)}{(x-2)} = \frac{(x+3)}{(x+2)}$ $\quad | \cdot (x-2)\cdot(x+2)$

$\Leftrightarrow (x+1{,}5)\cdot(x+2) = (x+3)\cdot(x-2)$ $\quad$ | Ausmultiplizieren

$\Leftrightarrow x^2 + 3{,}5x + 3 = x^2 + x - 6$ $\quad | -x^2 - x - 3$

$\Leftrightarrow 2{,}5x = -9$ $\quad | : 2{,}5$

$\Leftrightarrow x = -3{,}6$; $\mathbb{L} = \{-3{,}6\}$

c) Hinweis: $x^2 + 1{,}5x - 4{,}5 = x^2 + 3x - 1{,}5x - 4{,}5 = (x + 3) \cdot (x - 1{,}5)$

$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 1{,}5; 2\}$

$\frac{x^2 - 2{,}25}{(x - 1{,}5) \cdot (x - 2)} = \frac{x^2 + 1{,}5x - 4{,}5}{(x - 1{,}5) \cdot (x + 2)}$ | Faktorisieren

$\Leftrightarrow \frac{(x - 1{,}5) \cdot (x + 1{,}5)}{(x - 1{,}5) \cdot (x - 2)} = \frac{(x + 3) \cdot (x - 1{,}5)}{(x - 1{,}5) \cdot (x + 2)}$ | Kürzen

$\Leftrightarrow \frac{(x + 1{,}5)}{(x - 2)} = \frac{(x + 3)}{(x + 2)}$ | $\cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$

$\Leftrightarrow (x + 1{,}5) \cdot (x + 2) = (x + 3) \cdot (x - 2)$ | Ausmultiplizieren

$\Leftrightarrow x^2 + 3{,}5x + 3 = x^2 + x - 6$ | $-x^2 - x - 3$

$\Leftrightarrow 2{,}5x = -9$ | $: 2{,}5$

$\Leftrightarrow x = -3{,}6; \mathbb{L} = \{-3{,}6\}$

d) $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; -1{,}5; 1{,}5\}$

$\frac{(x + 1{,}5) \cdot (x - 3)}{x^2 + 3x + 2{,}25} = \frac{x^2 + 6x + 9}{(x - 1{,}5) \cdot (x + 3)}$ | Faktorisieren

$\Leftrightarrow \frac{(x + 1{,}5) \cdot (x - 3)}{(x + 1{,}5)^2} = \frac{(x + 3)^2}{(x - 1{,}5) \cdot (x + 3)}$ | Kürzen

$\Leftrightarrow \frac{(x - 3)}{(x + 1{,}5)} = \frac{(x + 3)}{(x - 1{,}5)}$ | $\cdot (x + 1{,}5) \cdot (x - 1{,}5)$

$\Leftrightarrow (x - 3) \cdot (x - 1{,}5) = (x + 3) \cdot (x + 1{,}5)$ | Ausmultiplizieren

$\Leftrightarrow x^2 - 4{,}5x + 4{,}5 = x^2 + 4{,}5x + 4{,}5$ | $-x^2 + 4{,}5x - 4{,}5$

$\Leftrightarrow 0 = 9x$ | $: 9$

$\Leftrightarrow x = 0; \mathbb{L} = \{0\}$

K 1/6 **14** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **15** Die Aussage ist falsch.

K 1/6 **16** Die Aussage ist falsch; z. B. gilt für $x = 1$: $T_1(1) = 1$; $T_2(1) = -1$; d. h. $T_1(1) \neq T_2(1)$.

K 1/6 **17** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Der Hauptnenner der Terme $\frac{1}{x-2}$ und $\frac{1}{x^2-4}$ ist nicht das Produkt $(x - 2) \cdot (x^2 - 4)$, sondern $(x^2 - 4)$. In $(x^2 - 4)$ ist $(x - 2)$ bereits als Faktor enthalten. Der Hauptnenner setzt sich aus möglichst wenigen Faktoren der Nennerterme zusammen.

K 1/6 **18** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $x = \frac{1}{2}$; die rechte Seite der Gleichung besteht aus einem Quotienten, sie enthält aber keinen Bruchterm (= Term mit wenigstens einer Variablen im Nenner) und ist daher keine Bruchgleichung.

K 1/6 **20** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: $\frac{1}{6-x} = 1$ mit $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{6\}$.

K 1/6 **21** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **22** Die Aussage ist falsch: Für $x = -7$ ist $T(x)$ nicht definiert, $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-7\}$.

K 1/6 **23** Die Aussage ist richtig.

K 1/6 **24** Die Aussage ist nur richtig, wenn die Bruchgleichung in Form einer Verhältnisgleichung $\frac{T_1(x)}{T_2(x)} = \frac{T_3(x)}{T_4(x)}$ vorliegt (oder in eine solche Form gebracht werden kann) und die Definitionsmenge vor und nach dem Vertauschen von Zähler und Nenner die gleiche ist. Gegenbeispiel mit unterschiedlichen Definitions- und Lösungsmengen: $\frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x-2}{x^2-4}$ mit $\mathbb{D}_1 = \mathbb{L}_1 = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$ und $\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{x^2-4}{x-2}$ mit $\mathbb{D}_2 = \mathbb{L}_2 = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$. Hier gilt: $\mathbb{L}_1 \neq \mathbb{L}_2$.

K6 **1**

12 Kanten – 12 Geraden	AB	BC	CD	DA	EF	FG	GH	HE	AE	BF	CG	DH
AB	=	$\perp$	$\parallel$	$\perp$	$\parallel$		$\parallel$		$\perp$	$\perp$		
BC		=	$\perp$	$\parallel$		$\parallel$		$\parallel$		$\perp$	$\perp$	
CD			=	$\perp$	$\parallel$		$\parallel$				$\perp$	$\perp$
DA				=		$\parallel$		$\parallel$	$\perp$			$\perp$
EF					=	$\perp$	$\parallel$	$\perp$	$\perp$	$\perp$		
FG						=	$\perp$	$\parallel$		$\perp$	$\perp$	
GH							=	$\perp$			$\perp$	$\perp$
HE								=	$\perp$			$\perp$
AE									=	$\parallel$	$\parallel$	$\parallel$
BF										=	$\parallel$	$\parallel$
CG											=	$\parallel$
DH												=

a) Es gibt zwölf Kanten und damit zwölf Kantengeraden (s. Tabellenkopfzeile bzw. das mit „=“ markierte Tabellenfeld): AB; BC; CD; DA; EF; FG; GH; HE; AE; BF; CG; DH.

b) Zu jeder der zwölf Geraden gibt es drei parallele Geraden („$\parallel$“), z.B. zu FG: BC, DA, HE.

c) Zu jeder der zwölf Geraden gibt es vier senkrechte Geraden („$\perp$“), z.B. zu FG: EF, GH, BF, CG.

d) Zusätzlich zu den zwölf Kantengeraden gibt es 16 Geraden, die durch die Eckpunkte des Würfels verlaufen, auf denen aber keine Kante des Würfels liegt. Dies sind:
AC; AF; AH und AG. BD; BE, BG und BH. CF; CH und CE. DE; DG und DF. EG und FH.
Je zwei der Geraden auf den Seitenflächen des Würfels sind parallel, z. B.: AC $\parallel$ EG.
Manche der Geraden schneiden sich in einem Würfeleckpunkt, z. B: AC $\cap$ AF = {A}.
Die vier Raumdiagonalen schneiden sich im Mittelpunkt M, z. B.: AG $\cap$ BH = {M}.
Für die windschiefen Geradenpaare, durch die Eckpunkte des Würfels gilt:

Art der windschiefen Geradenpaare	Beispiel
Zu jeder Kantengerade gibt es vier windschiefe Kantengeraden (leeres Feld in der Tabelle).	Zu AB sind die Kantengeraden FG, HE, CG und DH windschief.
Zu den zwölf Kantengeraden gibt es windschiefe Eckpunktgeraden.	Zu AB windschief sind CF, CH, DE, DG, EG, FH und die Raumdiagonalen CE und DF.
Zu jeder Eckpunktgerade gibt es windschiefe Eckpunktgeraden.	Zu AC windschief sind BE, BG, DE, DG, FH, BH und DF.

K6 **2** **a)** AB; BC; CD; AD; AS; BS; CS; DS.

b) AB $\parallel$ CD; BC $\parallel$ AD.

c) AB $\perp$ BC; BC $\perp$ CD; CD $\perp$ AD; AD $\perp$ AB.

d) AB, CS; AB, DS; BC, AS; BC, DS; CD, AS; CD, BS; DA, BS; DA, CS.

K6 **3** **a)** Vorderseite: E (ABE) = E (ABF); Rückseite: E (CDG) = E (CDH);
Oberseite: E (EFG) = E (EFH); Unterseite: E (ABC) = E (ABD);
Linke Seite: E (DAE) = E (DAH); Rechte Seite: E (BCF) = E (BCG).

b) Vorder- und Rückseite: E (ABE) $\parallel$ E (CDG);
Ober- und Unterseite: E (EFG) $\parallel$ E (ABC);
Linke und rechte Seite: E (DAE) $\parallel$ E (BCF).

c) Senkrecht auf E (ABC) stehen: E (ABE), E (BCF), E (CDG) und E (DAE).
Senkrecht auf E (ADH) stehen: E (ABC), E (CDG), E (EFG) und E (ABE).

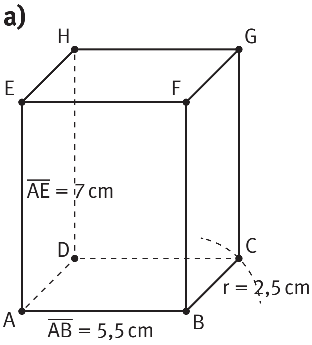
d) E (ABC) $\cap$ E (BFE) = AB; E (EBC) $\cap$ E (ADH) = EH.

K6 **4** **a)** F liegt in: E (FEA); E (FGE); E (FBC); E (FEC); E (FGA); E (FBD).
D liegt in: E (DAB); E (DCG); E (DAE); E (DAF); E (DCE); E (DHB).
b) [AB] liegt in: E (ABC); E (ABE); E (ABG).
[BF] liegt in: E (BFA); E (BCF); E (FBD).
c) [AC] liegt in: E (ABC); E (ACE); E (ACF); E (ACH).
[ED] liegt in : E (EDA); E (EDC); E (EDB); E (EDG).
d) [AG] liegt in: E (AGF); E (AGB); E (AGC).
[BH] liegt in: E (BHA); E (BHC); E (BHF).

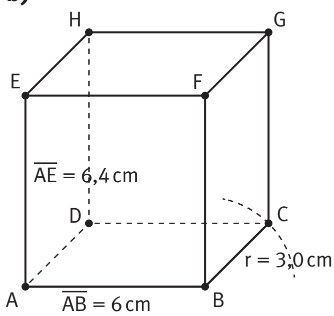
K6 **5** **a)** Zwei Geraden in der Ebene können sich in einem Punkt schneiden (Sonderfall: senkrecht zueinander), sie können parallel zueinander verlaufen oder sie können identisch sein.
b) Zwei Geraden im Raum können sich in einem Punkt schneiden (Sonderfall: senkrecht zueinander), sie können parallel zueinander verlaufen, sie können identisch sein oder windschief sein.
c) Zwei Ebenen im Raum können sich in einer Gerade schneiden (Sonderfall: senkrecht zueinander), sie können parallel zueinander liegen oder sie können identisch sein.
d) Eine Gerade im Raum kann in der Ebene verlaufen, die Ebene in einem Punkt schneiden oder parallel zur Ebene liegen.
e) Drei Punkte im Raum können auf einer Gerade liegen oder eine Ebene festlegen. Vier Punkte im Raum können auf einer Gerade oder in einer Ebene liegen oder sie legen vier Ebenen fest (Beispiel: dreieckige Pyramide ABCS). Fünf Punkte im Raum können auf einer Gerade oder in einer Ebene liegen oder bis zu fünf Ebenen festlegen (Beispiel: viereckige Pyramide ABCDS).

K5 **6** (Abbildungen verkleinert)

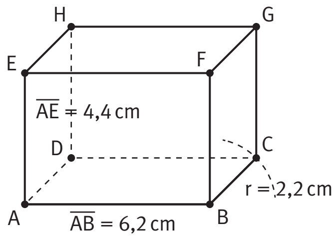
a)



b)

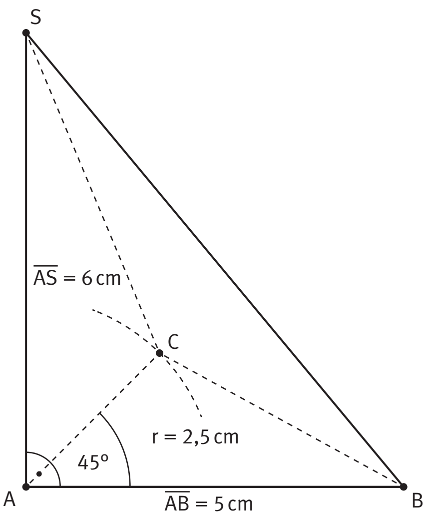


c)

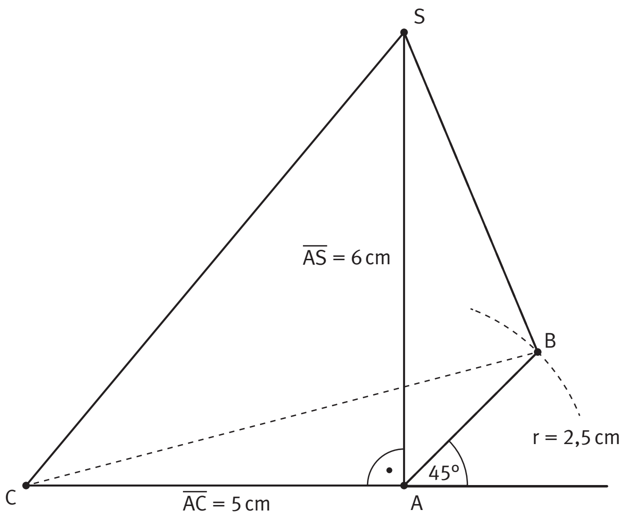


K5 **7** **a)** $\sphericalangle CBA = 90°$; $\sphericalangle ADB = 45°$ **b)** $\sphericalangle SMA = 90°$
c) $\sphericalangle(E(ABC); E(ABS)) < 90°$ **d)** $\sphericalangle(E(ACS); E(ABC)) = 90°$

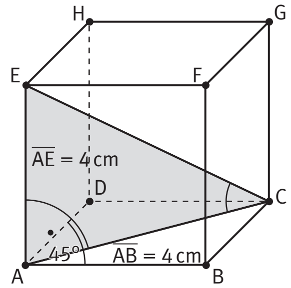
K5 **8** Pyramide mit Vorderkante [AB]

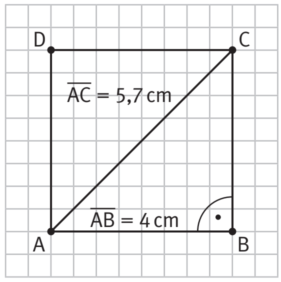


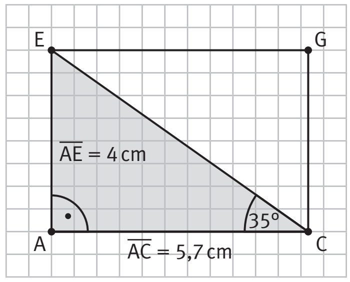
Pyramide mit Vorderkante [CA]



K5 **9** **a)** und **b)**







Mit dem Geodreieck im Schrägbild abgemessen hat der verzerrt dargestellte Winkel ECA (bzw. ACE bei gedrehtem Würfel) das Maß 42°. Die genaue Ermittlung des Winkelmaßes im rechtwinkligen Δ ACE mit $\overline{AE}$ = 4 cm und $\overline{AC}$ = 5,7 cm ergibt für den Winkel ACE bzw. ECA das Maß 35°.

K1 **10** **a)** Das Schrägbild eines Würfels besteht aus zwei Quadraten (Vorder- und Rückseitenfläche) und vier Parallelogrammen (Grundfläche und Deckfläche und linke und rechte Seitenfläche).
Das Schrägbild einer geraden quadratischen Pyramide besteht aus einem Parallelogramm (Grundfläche) und vier Dreiecken (Seitenflächen).

b) Im Schrägbild des Würfels sind die beiden Quadrate kongruent sowie die vier Parallelogramme.
Im Schrägbild der Pyramide sind keine kongruenten Teilfiguren vorhanden.

K1/6 **11** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **12** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Seitenkante [AS] und Grundflächenkante [BC] einer dreieckigen Pyramide ABCS.

K1/6 **13** Die Aussage ist falsch, es fehlt „identisch“. Richtig ist: Geraden im Raum können identisch sein, sich schneiden, windschief sein oder parallel zueinander liegen.

K1/6 **14** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Zueinander parallele Ebenen.

K1/6 **15** Die Aussage ist falsch. Liegt der Punkt auf der Gerade, kann die Ebene nicht eindeutig festgelegt werden.

K1/6 **16** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Die vier Eckpunkte einer dreieckigen Pyramide.

K1/6 **17** Die Aussage ist richtig.

K1/6 **18** Die Aussage ist falsch. Gegenbeispiel: Prisma mit einem stumpfwinkligen Dreieck als Grundfläche.

K1/6 **19** Die Aussage ist falsch. Nur rechte Winkel in zur Zeichenebene parallelen Ebenen werden in wahrer Größe dargestellt.

K1/6 **20** Die Aussage ist falsch. Streckenlängen, die in einer zur Vorderansichtsebene parallelen Ebene verlaufen, werden in wahrer Größe dargestellt.

K1/6 **21** Die Aussage ist falsch. Das Maß der Verzerrung wird durch den Verkürzungsfaktor q und den Verzerrungswinkel ω festgelegt. Ist $q \neq 0{,}5$, so werden die Kanten nicht auf die Hälfte gekürzt.

K1/6 **22** Die Aussage ist richtig.